

Зміст

Вступ.....	5
Форма звіту.....	6
1. Вимірювання фізичних величин і теорія похибок.....	7
1.1. Фізичні величини та їх вимірювання.....	7
1.2. Похибки вимірювань.....	9
1.3. Похибки прямих вимірювань.....	11
1.4. Обчислення похибок непрямих вимірювань.....	13
1.4.1. Похибка суми й різниці.....	14
1.4.2. Похибка добутку.....	14
1.4.3. Похибка степеня.....	15
1.4.4. Похибка кореня.....	15
1.4.5. Похибка дробу.....	16
1.4.6. Похибки тригонометричних функцій.....	16
1.5. Обробка результатів вимірювання за методом Стюдента.....	18
1.6. Правила наближених обчислень результатів вимірювань.....	20
<i>Лабораторна робота № 1. Визначення об'єму тіл правильної геометричної форми.....</i>	<i>20</i>
<i>Лабораторна робота №2. Перевірка основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла за допомогою маятника Максвелла.....</i>	<i>25</i>
<i>Лабораторна робота №3. Визначення модуля зсуву методом крутильних коливань.....</i>	<i>28</i>
<i>Лабораторна робота №5. Вивчення обертового руху за допомогою маятника Обербека.....</i>	<i>31</i>
<i>Лабораторна робота №6. Вивчення основного закону динаміки обертового руху.....</i>	<i>37</i>
<i>Лабораторна робота №7. Дослідження процесу пружної деформації кручення.....</i>	<i>40</i>
<i>Лабораторна робота №8. Вивчення власних коливань пружинного маятника.....</i>	<i>43</i>
<i>Лабораторна робота №9. Вивчення коливальних процесів.....</i>	<i>49</i>
<i>Лабораторна робота №12. Експериментальна перевірка закону Бернуллі.....</i>	<i>53</i>
<i>Лабораторна робота №17. Визначення швидкості поширення звуку в повітрі.....</i>	<i>56</i>
<i>Лабораторна робота №22. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання.....</i>	<i>61</i>
<i>Лабораторна робота №23. Визначення модуля Юнга за прогином стержня.....</i>	<i>64</i>
<i>Лабораторна робота №24. Визначення модуля Юнга за розтягом дроти-ни.....</i>	<i>71</i>
<i>Лабораторна робота №27. Визначення коефіцієнта тертя кочення.....</i>	<i>73</i>
<i>Лабораторна робота №30. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного фізичного маятника.....</i>	<i>78</i>

<i>Лабораторна робота №31. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника.....</i>	82
<i>Лабораторна робота №32. Визначення логарифмічного декременту згасання коливань маятника.....</i>	86
<i>Лабораторна робота №34. Визначення швидкості кулі з допомогою балістичного маятника.....</i>	92
<i>Лабораторна робота №35. Вивчення швидкості польоту кулі за допомогою крутильно-балістичного маятника.....</i>	95
<i>Лабораторна робота №36. Дослідження прецесії гіроскопа та визначення його моменту інерції.....</i>	99
<i>Лабораторна робота №39. Дослідження явищ додавання коливань.....</i>	103
<i>Лабораторна робота №40. Визначення частоти обертання електродвигуна за допомогою стробоскопа.....</i>	107
<i>Лабораторна робота №41. Визначення швидкості обертання гіроскопа....</i>	110
<i>Додатки.....</i>	114
<i>Бібліографічний список.....</i>	118

Вступ

У методичних вказівках описані лабораторні роботи з розділу "Фізичні основи механіки".

Методичні вказівки до кожної лабораторної роботи містять мету роботи, теоретичну частину, в якій розглянуто досліджувані явища детальний виклад експериментального матеріалу, який покладено в основу роботи, відомості про апаратуру, порядок виконання роботи, а також контрольні запитання для машинного і безмашинного опитування та літературні посилання.

У процесі лабораторних занять студенти набувають практичних навичок проведення експерименту, оволодівають методикою фізичних досліджень, здійснюють вимірювання і математично обробляють одержані результати, навчаються застосовувати набуті знання теорії до розв'язування конкретних практичних завдань.

Методикою проведення занять з фізики передбачається:

а) виконання студентами лабораторних робіт у деяких випадках буде випереджувати розгляд відповідного теоретичного матеріалу на лекціях. У зв'язку з цим студенти повинні самостійно опрацювати тему, заздалегідь підготуватися до лабораторних занять;

б) виконання кожної лабораторної роботи вимагає від студентів ґрунтовного ознайомлення з цими методичними вказівками, опрацювання і засвоєння конкретного теоретичного матеріалу за рекомендованою літературою, підготування відповідей на контрольні питання за темою роботи, написання конспекту опрацьованого матеріалу в спеціально призначеному зошиті, письмового звіту за стандартною формою;

в) перевірка викладачем на початку заняття підготовленості студентів до виконання роботи за допомогою перегляду конспекту і проведення бесіди або з використанням машин програмованого контролю; кожен з видів контролю передбачає перевірку правильності його відповідей на п'ять контрольних питань;

г) виконання експерименту, вимірювань і обчислень з дотриманням відповідних правил техніки безпеки; консультації викладача в процесі виконання роботи; заповнення таблиці, запис кінцевого результату; побудова графіків, якщо це необхідно;

д) оформлення письмового звіту про виконання роботи;

ж) захист студентом звіту і виставлення відповідної оцінки викладачем.

Форма звіту

Львівський національний аграрний університет

Кафедра фізики
та інженерної механіки

ЗВІТ

Про виконання лабораторної роботи №____
Назва роботи

Студента_____
Групи_____

1. Мета роботи:
2. Схема або рисунок установки:
3. Робоча формула:
4. Фізичний закон, на якому базується виведення робочої формули:
5. Вихідні дані експерименту:
6. Таблиця результатів вимірювання та обчислення:
7. Остаточні результати:
8. Висновки:
9. Чорновик з підрахунками похибок і результатів дослідження.

Підпис студента _____

Оцінка _____

Підпис викладача _____

1. Вимірювання фізичних величин і теорія похибок

1.1. Фізичні величини та їх вимірювання

Фізика - це галузь науки, що вивчає й описує найбільш загальні закони природи, тобто такі закони, які проявляються в будь-яких об'єктах, явищах і процесах матеріального світу. Фізичними об'єктами є речовина та її складові частинки (молекули, атоми, електрони, ядра тощо) і різноманітні фізичні поля (наприклад, електромагнітне чи гравітаційне, тобто поле, в якому діють сили тяжіння). Фізичні об'єкти займають певне положення у просторі й існують у різні моменти часу. Фізичні явища й процеси - це зміни, що відбуваються у фізичних об'єктах протягом деяких проміжків часу та у відповідних областях простору.

Фізика займається кількісним описом явищ природи. В його основі лежить поняття "фізична величина", тобто міра тієї чи іншої властивості фізичного об'єкта або процесу, яка піддається кількісній оцінці. Існують і такі властивості, які ми не вміємо оцінювати кількісно, наприклад смак або запах.

Фізичною величиною називають властивість, спільну в якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів або процесів, але в кількісному відношенні індивідуальну для кожного об'єкта або процесу. Як приклади можна назвати довжину, масу, тиск, температуру, електричну напруженість, освітленість.

Для зображення фізичних величин використовують певні символи, як правило, латинські (рідше – грецькі) букви, якщо потрібно - з додатковими позначеннями (індексами, стрілками тощо). Наприклад масу тіла позначають m , його швидкість (векторну величину) $\vec{v}$ (у друкарському тексті векторні величини позначають звичайно жирними літерами).

Фізичні величини характеризуються значенням, одиницею вимірювання, або розмірністю.

Одиниці фізичної величини визначають, приписуючи числове значення цієї величини для деякого вибраного об'єкта. Наприклад, існує еталон довжини, тобто певне тіло за строго визначеної температури, довжину якого приймають за одиницю, що називається метр (m). Тоді рівність $l = 3,5 m$ означає, що довжина деякого тіла має в такій одиниці числове значення 3,5.

Значенням фізичної величини у прийнятих одиницях називають оцінку фізичної величини за допомогою числа, яке показує, у скільки разів ця величина більша (або менша) від одиниці. Отже, значення фізичної величини - це добуток числового значення і одиниці вимірювання. Якщо X - довільна фізична величина, x - одиниця її вимірювання, а n - її числове значення, то $X = nx$.

Розмірність фізичної величини встановлює її зв'язок з величинами, які вибрані за основні. Вибір основних фізичних величин пов'язаний з вибором системи одиниць. У міжнародній системі одиниць (СІ), якою ми будемо користуватися, до основних одиниць входять одиниці таких фізичних величин: довжини - метр (m), маси - кілограм (kg), часу - секунда (s), сили струму - ампер (A), термодинамічної температури - кельвін (K), сили світла - кандела

(кд), кількість речовини - моль. До цієї системи приєднують ще дві додаткові одиниці, що мають геометричний зміст: плоского кута - радіан, тілесного кута - стерadian.

Інші фізичні величини, а також їх одиниці називають похідними. Наприклад, на основі другого закону Ньютона $F = ma$ і означення прискорення, силу F можна виразити через три основні величини: масу m , довжину l і час t , так що розмірність сили така: $[F] = \frac{[m] \cdot [l]}{[t]^2}$. Одиниця сили ньютон (H) є

похідною одиницею, що визначається рівністю: $H = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

Вимірювання - це знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів, які мають нормовані метрологічні властивості. Вони називаються засобами вимірювання і поділяються на міри, вимірювальні прилади і вимірювальні установки.

Міри - це тіла або пристрої, призначені для вимірювання шляхом порівняння відповідних величин (наприклад, масштабна лінійка - міра довжини, гиря - міра маси, мензурка - міра об'єму).

Вимірювальні прилади (наприклад вага, мікрометр, термометр, амперметр) - це пристрої, що сприймають вимірювану величину і перетворюють її у покази, доступні для безпосереднього сприйняття експериментатором.

Вимірювальні установки - це сукупність функціонально зв'язаних вимірювальних приладів.

Значення фізичної величини, одержане за допомогою засобів вимірювання, називається результатом вимірювання.

За способом знаходження результату вимірювання поділяються на прямі, непрямі і спільні.

Вимірювання називається прямим, коли значення величини знаходять безпосередньо з дослідних даних порівнянням з відповідною мірою чи безпосередньо за відліковим пристроєм вимірювального приладу. Наприклад: вимірювання довжини лінійкою, штангенциркулем, мікрометром; маси - важільними терезами; часу-секундоміром; температури - термометром; сили струму - амперметром і так далі. Однак безпосередньо можна вимірювати лише невелику кількість величин. Величини, що не піддаються безпосередньому (прямому) вимірюванню, визначаються за допомогою непрямих вимірювань.

Вимірювання називається непрямим, коли шукане значення величини знаходять за допомогою обчислень, користуючись відомим функціональним зв'язком між вимірюваною величиною та іншими величинами, одержаними на основі прямих вимірювань. Наприклад, непрямі вимірювання виконують, щоб знайти густину речовини однорідного тіла за його масою і геометричними розмірами. Якщо це тіло виготовлене у формі циліндра, то для знаходження густини ρ потрібно провести прямі вимірювання маси m , діаметра d , висоти h

тіла і виконати обчислення за формулою $\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 h}$, де V - об'єм тіла. Під

час визначення опору R_x провідників містком Уїтстона проводять прямі вимірювання довжини двох частин реохорда l_1 та l_2 та виконують обчислення за формулою $R_x = R_0 \frac{l_1}{l_2}$, де R_0 - відомий еталонний опір.

Вимірювання називається спільним, коли вимірюють декілька неоднорідних величин для встановлення залежності між ними. Такі вимірювання виконують, наприклад, щоб знайти залежність концентрації від показника заломлення рідини. Як правило, результати спільних вимірювань зображують у вигляді графічних залежностей.

Результат вимірювання фізичної величини для певного фізичного об'єкта не є точним відображенням значення цієї величини як об'єктивної характеристики цього об'єкта, а тільки кращим чи гіршим наближенням до такого значення. У зв'язку з цим розрізняють істинне і дійсне значення фізичної величини.

Істинне значення фізичної величини є ідеальним відображенням властивості фізичного об'єкта і не залежить від процесу вимірювання. Воно є тією абсолютною істиною, до якої ми прагнемо, удосконалюючи методику і засоби вимірювання з метою отримати результат вимірювання, якомога ближчий до істинного значення фізичної величини. Істинне значення залишається невідомим внаслідок неминучих похибок вимірювання. Кожний результат вимірювання є лише наближеною оцінкою істинного значення величини. Тому на практиці замість істинного значення використовують дійсне значення величини.

Дійсне значення фізичної величини - це таке значення, яке одержане експериментально і настільки близьке до істинного, що може використовуватися замість нього.

За дійсне значення фізичної величини приймають середнє арифметичне значення ряду результатів окремих вимірювань. Таке середнє значення тим ближче до істинного, чим більшу кількість вимірювань проведено.

1.2. Похибки вимірювань

Недосконалість вимірювальних приладів і методів вимірювання, неврахування всіх факторів, що супроводжують дане явище, обмежені можливості наших органів чуття призводять до похибок при вимірюванні будь-якої фізичної величини. Удосконалюючи вимірювальні прилади й методи вимірювань, ми можемо підвищити точність вимірювань, але ніколи не зможемо досягти абсолютно точного значення величин. Знайдений результат вимірювання - це завжди наближена оцінка істинного значення вимірюваної величини.

Завданням фізичного експерименту є не лише знаходження найточнішого значення вимірюваної величини, а й оцінка його відхилення від істинного значення - оцінка похибки вимірювання.

За своїм характером похибки вимірювання поділяються на систематичні, випадкові і промахи.

Систематична похибка - складова похибки вимірювання, яка пов'язана з

дією незмінних за своєю величиною і напрямом факторів і для даного засобу вимірювання залишається сталою при повторних вимірюваннях тієї самої величини. Вона завжди односторонньо впливає на результати вимірювань, тільки збільшуючи або тільки зменшуючи їх. Наприклад, це похибки, що виникають через неточне градування шкал, неправильне встановлення нульової поділки приладів, неврахування нерівноплечності терезів і зменшення ваги в повітрі за законом Архімеда при зважуванні тіл. До систематичних похибок також належать похибки мір, що виникають у результаті допусків під час їх виготовлення.

Систематичні похибки можна усунути або зменшити, удосконаливши метод вимірювання, уточнивши градування приладу і так далі.

Випадкова похибка - це складова похибки вимірювань, яка при повторному вимірюванні тієї самої величини змінює своє значення і знак випадково, без будь-якої закономірності. Ця похибка являє собою сумарний ефект впливу багатьох факторів і зумовлена недостатньою чутливістю вимірювальних приладів, недосконалістю наших органів чуття та дією навколишнього середовища.

Промахи - це великі похибки, які спотворюють результат вимірювання. Вони можуть бути зумовлені помилковим записом результатів вимірювання, неправильним визначенням ціни поділки шкали та помилками під час обчислень. Щоб уникнути промахів, необхідно аналізувати результати вимірювань і обчислень і проводити повторне контрольне вимірювання. За змістом і критерієм оцінки точності вимірювань усі похибки поділяються на абсолютні і відносні.

Абсолютна похибка - це величина, яка характеризує відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини, вона дорівнює різниці між результатом вимірювання та істинним значенням вимірюваної величини:

$$\Delta x = |x_i - x|, \quad (1)$$

де Δx - абсолютна похибка (Δ - „дельта”), x_i - результат вимірювання, x - істинне значення вимірюваної величини, $i = 1, 2, 3, \dots$ - номер виміру.

Оскільки, як уже згадувалось, істинне значення x невідоме, то замість нього користуються дійсним значенням x_0 фізичної величини і абсолютну похибку обчислюють за формулою

$$\Delta x = |x_i - x_0|. \quad (2)$$

На практиці значення абсолютної похибки записують не більш як двома значущими цифрами. Результат вимірювання повинен закінчуватися значущою цифрою того ж розряду, що й абсолютна похибка. Наприклад, після вимірювань і обчислень одержали числа: $x_0 = 25,4264$, $\Delta x = 0,347$. Ці числа округлюють за відомими правилами: $x_0 = 25,43$, $\Delta x = 0,35$ - і записують кінцевий результат вимірювання:

$$x = x_0 \pm \Delta x_0 = 25,43 \pm 0,35. \quad (3)$$

Такий запис кінцевого результату означає, що істинне значення вимірюваної величини лежить в інтервалі $x_0 - \Delta x_0 < x < x_0 + \Delta x_0$, тобто $25,05 < x < 25,81$.

Абсолютна похибка є неповною характеристикою вимірювання. Для оцінки якості вимірювання важливим є не лише значення абсолютної похибки, а також те, яку частину вимірюваної величини вона становить. Для повної оцінки якості вимірювання і порівняння точності незалежних вимірів слугує так звана відносна похибка.

Відносною похибкою називається відношення абсолютної похибки до дійсного значення вимірюваної величини:

$$\delta x = \frac{\Delta x_0}{x_0}. \quad (4)$$

Цю похибку часто виражають у відсотках:

$$\delta x = \pm \frac{\Delta x_0 \cdot 100\%}{x_0}. \quad (5)$$

Чим менше наближене значення вимірюваної величини відрізняється від істинного, тим точніше вимірювання, тим менша похибка результату. Однак далеко не завжди слід добиватися найбільшої точності вимірювання. Треба розумно оцінити потрібну точність вимірювання. Наприклад, точність вимірювання в 1 мг дуже потрібна при фармацевтичних роботах і зовсім не потрібна при зважуванні цукру, зерна тощо.

Якщо при проведенні досліду потрібно виміряти кілька величин, то при оцінці загальної точності вимірювання слід орієнтуватися на ту з них, яка визначається найменш точно. Так, наприклад, при калориметричних вимірюваннях ми без труднощів можемо визначити масу рідини з точністю до 0,0001%, проте таке вимірювання не потрібне, оскільки температуру калориметра не можна виміряти з точністю, більшою за 0,1%.

1.3. Похибки прямих вимірювань

При обчисленні похибок за дійсне значення фізичної величини можна прийняти середнє арифметичне з результатів окремих вимірювань даної величини. Це твердження впливає з таких властивостей випадкових похибок:

а) чим більша за абсолютним значенням випадкова похибка, тим рідше вона зустрічається;

б) випадкові похибки протилежні за знаком, але однакові за абсолютним значенням зустрічаються однаково часто;

в) при необмеженому зростанні кількості вимірів однієї і тієї ж величини середнє алгебраїчне з випадкових похибок прямує до нуля.

Нехай у результаті повторних вимірювань одержано неоднакові близькі

числові значення деякої фізичної величини:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n.$$

Математичну обробку одержаних результатів здійснюють у такому порядку:

а) обчислюють середнє арифметичне з одержаного ряду чисел:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (6)$$

б) знаходять випадкові абсолютні похибки окремих вимірів. При цьому для врахування найбільш несприятливих умов виміру абсолютні похибки беруть за модулем (із знаком „плюс”); у результаті отримаємо граничну абсолютну похибку, тобто максимальну абсолютну похибку, яка могла бути допущена при вимірюваннях:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= |x_1 - x_0|; \Delta x_2 = |x_2 - x_0|; \dots \\ &\dots \\ \Delta x_i &= |x_i - x_0|; \dots \Delta x_n = |x_n - x_0| \end{aligned} \quad (7)$$

і середню абсолютну похибку вимірювання:

$$\Delta x_0 = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_i + \dots + \Delta x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i; \quad (8)$$

в) обчислюють відносну похибку вимірювання:

$$\delta x_0 = \frac{\Delta x_0 \cdot 100\%}{x_0}; \quad (9)$$

г) записують кінцевий результат прямого вимірювання:

$$x = x_0 \pm \Delta x_0 \text{ при } \delta x_0 = \dots\%, \quad (10)$$

де x - вимірювана величина, x_0 - середнє арифметичне з окремих вимірювань, Δx_0 - середня абсолютна похибка, δx_0 - середня відносна похибка. Рівності (10) означають, що істинне значення величини x перебуває в інтервалі $x_0 - \Delta x_0 < x < x_0 + \Delta x_0$ і виміряна ця величина з точністю, яка характеризується відносною похибкою δx_0 .

Розглянемо приклад обчислення похибок прямого вимірювання. Нехай за допомогою мікрометра виміряна товщина пластинки l і отримані такі результати окремих вимірів:

$$l_1 = 12,42 \text{ мм}, l_2 = 12,42 \text{ мм}, l_3 = 12,38 \text{ мм}.$$

Обчислимо середнє арифметичне значення:

$$l_0 = \frac{12,42 + 12,42 + 12,38}{2} = 12,41 \text{ мм},$$

абсолютні похибки окремих вимірів:

$$\Delta l_1 = |12,41 - 12,42| = 0,01 \text{ мм},$$

$$\Delta l_2 = |12,41 - 12,42| = 0,01 \text{ мм},$$

$$\Delta l_3 = |12,41 - 12,38| = 0,03 \text{ мм},$$

середню абсолютну похибку:

$$\Delta l_0 = \frac{0,01 + 0,01 + 0,03}{3} = 0,0167 \approx 0,02 \text{ мм},$$

відносна похибка:

$$\delta l_0 = \frac{\Delta l_0}{l_0} \cdot 100\% = \frac{0,0167}{12,41} \cdot 100\% \approx 0,2\%.$$

Кінцевий результат вимірювання товщини пластинки записується так:

$$l = (12,41 \pm 0,02) \text{ мм при } \delta l_0 = 0,2\%.$$

Примітка. Якщо проведено лише одне вимірювання величини або всі інші вимірювання цієї величини мають однакові числові значення, то за абсолютну похибку приймають значення половини ціни поділки шкали вимірювального приладу, яке вказується на самому приладі чи в його паспорті. Наприклад, якщо ціна поділки лінійки 1 мм, то за похибку вимірювання беремо 0,5 мм, якщо найменший важок для зважування 1 г, то за похибку зважування вважаємо 0,5 г.

При користуванні секундоміром похибка буде не півціни поділки, а дорівнюватиме всій ціні 0,2 с, оскільки стрілка секундоміра від поділки до поділки рухається ривком.

Подібним правилом користуються в тих випадках, коли в робочі формули входять величини (зокрема константи), чисельні значення яких взяті з таблиць або характеристик приладу. Тоді за граничну абсолютну похибку беруть половину одиниці останнього розряду. Наприклад, якщо $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, то $\Delta g = 0,005 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Для

густини води при 18°C $\rho = 999,8 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ відповідна абсолютна похибка

$$\Delta \rho = 0,05 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

1.4. Обчислення похибок непрямих вимірювань.

Якщо величину x неможливо виміряти безпосередньо, то її обчислюють за результатами прямих вимірювань інших величин a , b , c , через які x виражається деякою функцією $x = f(a, b, c)$. Усі ці величини визначаються з деякими похибками: Δa , Δb , Δc . Згідно з рівнянням (3) результати прямих вимірювань виражаються рівностями:

$$a = a_0 \pm \Delta a_0, \quad b = b_0 \pm \Delta b_0, \quad c = c_0 \pm \Delta c_0. \quad (11)$$

Аналогічно запишемо й шукану величину:

$$x = x_0 \pm \Delta x_0. \quad (12)$$

Тут x_0 - середнє значення величини x , яке знаходять, підставляючи у функцію f середні значення її аргументів:

$$x_0 = f(a_0, b_0, c_0), \quad (13)$$

а Δx_0 - середнє значення абсолютної похибки, яке виражається певними формулами через вихідні величини a_0, b_0, c_0 та похибки $\Delta a_0, \Delta b_0, \Delta c_0$. Вигляд цих формул залежить від функції f . Виведемо їх для найпростіших випадків. При цьому розглядатимемо граничні похибки Δx_0 , тобто максимальні похибки, які можуть бути допущені при найбільш не вигідному накладанні похибок $\Delta a_0, \Delta b_0, \Delta c_0$.

Відносна похибка шуканої величини виразиться рівністю:

$$\delta x_0 = \frac{\Delta x_0}{x_0} \cdot 100\%. \quad (14)$$

1.4.1. Похибка суми й різниці.

Нехай

$$x = a + b - c = (a \pm \Delta a_0) + (b \pm \Delta b_0) + (c \pm \Delta c_0). \quad (15)$$

Оскільки згідно з (13) $x_0 = a_0 + b_0 - c_0$, то, враховуючи (12), отримаємо

$$\Delta x_0 = \Delta a_0 + \Delta b_0 + \Delta c_0. \quad (16)$$

Тут ми врахували вимогу, що треба обчислювати граничну (максимальну за абсолютним значенням) похибку, тобто брати до уваги найнесприятливіше накладання похибок. У випадку алгебраїчної суми (15) це буде тоді, коли похибки Δa_0 і Δb_0 для членів одного й того ж знака будуть мати однаковий знак, а похибка Δc_0 для доданка зі знаком „мінус” - протилежний знак.

Таким чином, середня абсолютна похибка суми або різниці дорівнює сумі абсолютних похибок окремих членів. Це правило стосується, очевидно, довільної кількості доданків.

Для відносної похибки суми або різниці знаходимо:

$$\delta x_0 = \frac{\Delta x_0}{x_0} \cdot 100\% = \frac{\Delta a_0 + \Delta b_0 + \Delta c_0}{a_0 + b_0 - c_0} \cdot 100\%. \quad (17)$$

1.4.2. Похибка добутку.

Нехай:

$$x = a \cdot b = (a_0 \pm \Delta a_0)(b_0 \pm \Delta b_0) = a_0 b_0 \pm a_0 \Delta b_0 \pm \Delta a_0 b_0 \pm \Delta a_0 \Delta b_0. \quad (18)$$

Оскільки абсолютні похибки є малі порівняно з модулями відповідних величин ($\Delta a_0 \ll a_0, \Delta b_0 \ll b_0$), то добутком $\Delta a_0 \Delta b_0$ у (18) можна знехтувати, як малою величиною другого порядку порівняно з $x_0 = a_0 b_0$. Таким чином, рівність (18) набуває вигляду (12), де

$$\Delta x_0 = b_0 \Delta a_0 + a_0 \Delta b_0. \quad (19)$$

Узагальнимо цю формулу на більше число множників. У випадку добутку трьох множників два з них об'єднаємо, двічі використаємо (19) і знехтуємо малими членами другого порядку:

$$\begin{aligned} \Delta x_0 &= \Delta(a \cdot b \cdot c)_0 = \Delta[(a \cdot b)c]_0 = c_0 \Delta(a \cdot b) + (a \cdot b) \Delta c_0 = \\ &= b_0 c_0 \Delta a_0 + a_0 c_0 \Delta b_0 + a_0 b_0 \Delta c_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Для відносної похибки одержимо:

$$\begin{aligned} \delta x_0 &= \frac{\Delta x_0}{x_0} = \frac{b_0 c_0 \Delta a_0 + a_0 c_0 \Delta b_0 + a_0 b_0 \Delta c_0}{a_0 b_0 c_0} \cdot 100\% = \\ &= \left(\frac{\Delta a_0}{a_0} + \frac{\Delta b_0}{b_0} + \frac{\Delta c_0}{c_0} \right) \cdot 100\% = \delta a_0 + \delta b_0 + \delta c_0. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогічні вирази можна записати для довільної кількості множників. Таким чином, відносна похибка добутку дорівнює сумі відносних похибок множників:

$$\delta x = \delta(a, b, c, \dots) = \delta a + \delta b + \delta c + \dots \quad (22)$$

1.4.3. Похибка степеня.

Нехай $x = a^n$, де n - показник степеня. Запишемо степінь як добуток n однакових множників і знайдемо відносну похибку за формулою (22), в якій буде n однакових доданків. Отже,

$$\delta x_0 = \delta(a^n)_0 = n \delta a_0 = n \frac{\Delta a_0}{a_0} \cdot 100\%. \quad (23)$$

Абсолютну похибку степеня виразимо через відносну на основі (14) і (23):

$$\Delta x = \Delta(a^n) = \frac{x_0 \cdot \Delta x_0}{100\%} = \frac{a_0^n \cdot n \frac{\Delta a_0}{a_0}}{100\%},$$

тобто

$$\Delta(a^n) = n a_0^{n-1} \Delta a_0. \quad (24)$$

1.4.4. Похибка кореня.

Нехай $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$. Використовуючи формули (23) і (24), отримуємо

$$\delta x_0 = \delta(\sqrt[n]{a})_0 = \delta\left(a^{\frac{1}{n}}\right)_0 = \frac{1}{n} \delta a_0 = \frac{1}{n} \frac{\Delta a_0}{a_0} \cdot 100\%. \quad (25)$$

$$\Delta x_0 = \Delta \left(\sqrt[n]{a} \right) = \frac{1}{n} a_0^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta a_0. \quad (26)$$

1.4.5. Похибка дробу.

Нехай $x = \frac{a}{b} = ab^{-1}$. Знайдемо відносну похибку, використовуючи формули (22) і (23):

$$\delta x_0 = \delta \left(\frac{a}{b} \right)_0 = \delta a_0 + \delta (b_0^{-1}) = \delta a_0 + \delta b_0 = \left(\frac{\Delta a_0}{a_0} + \frac{\Delta b_0}{b_0} \right) \cdot 100\%. \quad (27)$$

Тут знак „+” у другому члені враховує те, що нас завжди цікавить максимальна за абсолютним значенням похибка. Абсолютну похибку дробу визначимо через відносну:

$$\Delta x_0 = \frac{x_0 \delta x_0}{100\%} = \frac{\frac{a_0}{b_0} \left(\frac{\Delta a_0}{a_0} + \frac{\Delta b_0}{b_0} \right)}{100\%} = \frac{\Delta a_0}{b_0} + \frac{a_0 \Delta b_0}{b_0^2} = \frac{b_0 \Delta a_0 + a_0 \Delta b_0}{b_0^2}. \quad (28)$$

З (28) видно, що відносна похибка дробу дорівнює сумі відносних похибок чисельника й знаменника.

Зауважимо, що для суми й різниці дуже простими є правила знаходження абсолютних похибок, а для добутку, дробу, степеня і кореня правила для відносних похибок. При розрахунках доцільно спочатку обчислювати ту похибку, яка визначається простішою формулою.

1.4.6. Похибки тригонометричних функцій.

Нехай $x = \sin \alpha$, де $\alpha = \alpha_0 \pm \Delta \alpha_0$. Тоді

$$x_0 \pm \Delta x_0 = \sin(\alpha_0 \pm \Delta \alpha_0) = \sin \alpha_0 \cos \Delta \alpha_0 \pm \cos \alpha_0 \sin \Delta \alpha_0.$$

Але $\Delta \alpha_0$ - мала величина, тому можна вважати, що $\cos \Delta \alpha_0 \approx 1$, $\sin \Delta \alpha_0$. Тоді:

$$x_0 \pm \Delta x_0 = \sin \alpha_0 \pm \cos \alpha_0 \Delta \alpha_0.$$

Згідно з умовою $x = \sin \alpha_0$, тому

$$\Delta x_0 = \cos \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0. \quad (29)$$

Відносна похибка:

$$\delta x_0 = \frac{\Delta x_0}{x_0} \cdot 100\% = \frac{\cos \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0}{\sin \alpha_0} \cdot 100\% = \operatorname{ctg} \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0 \cdot 100\%.$$

Тобто:

$$\delta x_0 = \operatorname{ctg} \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0 \cdot 100\%. \quad (30)$$

Нехай $x = \cos \alpha$, де $\alpha = \alpha_0 \pm \Delta \alpha_0$. Тоді:

$$x_0 \pm \Delta x_0 = \cos(\alpha_0 \pm \Delta \alpha_0) = \cos \alpha_0 \cos \Delta \alpha_0 \pm \sin \alpha_0 \sin \Delta \alpha_0 \approx \cos \alpha_0 \pm \sin \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0.$$

Оскільки $\cos \Delta \alpha_0 \approx 1$, а $\sin \Delta \alpha_0 \approx \Delta \alpha_0$. Отже, абсолютна похибка косинуса:

$$\Delta x_0 = \sin \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0, \quad (31)$$

а відносна похибка:

$$\delta x_0 = \frac{\Delta x_0}{x_0} \cdot 100\% = \frac{\sin \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0}{\cos \alpha_0} \cdot 100\% = \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0 \cdot 100\%. \quad (32)$$

Формули для обчислення похибок подано в табл. 1.

Формули для похибок функцій $\operatorname{tg} \alpha$ і $\operatorname{ctg} \alpha$ легко вивести за допомогою рівностей

$$(27) \text{ і } (28), \text{ враховуючи, що } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ і } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Приклад 1. Знайти абсолютну похибку x , якщо $x = \frac{ab+c}{m}$. Згідно з формулою (27):

$$\Delta x_0 = \frac{m_0 \Delta(ab+c)_0 + (ab+c)_0 \Delta m_0}{m_0^2}.$$

Користуючись формулами (15, 19), можна записати:

$$\Delta(ab+c)_0 = \Delta(ab)_0 + \Delta c_0 = b_0 \Delta a_0 + a_0 \Delta b_0 + \Delta c_0.$$

Остаточно отримаємо:

$$\Delta x_0 = \pm \frac{m_0 (b_0 \Delta a_0 + a_0 \Delta b_0 + \Delta c_0) + (a_0 b_0 + c_0) \Delta m_0}{m_0^2}.$$

Приклад 2. Знайти абсолютну похибку x , якщо $x = \frac{abc}{mn}$, де a, b, c, m, n - результати вимірювань. Оскільки обчислення абсолютної похибки цього виразу, очевидно, буде громіздким, то простіше спочатку обчислити відносну похибку δx_0 , а потім із виразу $\delta x_0 = \pm \frac{\Delta x_0}{x_0} \cdot 100\%$ знайти абсолютну похибку Δx_0 .

$$\delta x_0 = \pm (\delta a_0 + \delta b_0 + \delta c_0 + \delta m_0 + \delta n_0) = \pm \left(\frac{\Delta a_0}{a_0} + \frac{\Delta b_0}{b_0} + \frac{\Delta c_0}{c_0} + \frac{\Delta m_0}{m_0} + \frac{\Delta n_0}{n_0} \right) \cdot 100\%.$$

$$\Delta x_0 = \pm \left(\frac{b_0 c_0}{m_0 n_0} \Delta a_0 + \frac{a_0 c_0}{m_0 n_0} \Delta b_0 + \frac{a_0 b_0}{m_0 n_0} \Delta c_0 + \frac{a_0 b_0 c_0}{m_0^2 n_0} \Delta m_0 + \frac{a_0 b_0 c_0}{n_0^2 m_0} \Delta n_0 \right).$$

На закінчення, наводимо таблицю формул для обчислення похибок (див. табл. 1).

Таблиця 1

Формули для обчислення похибок

Математична операція	Похибка	
	середня абсолютна	відносна
$x = a + b$	$\Delta x_0 = \pm(\Delta a_0 + \Delta b_0)$	$\delta x_0 = \pm \frac{\Delta a_0 + \Delta b_0}{a_0 + b_0} \cdot 100\%$
$x = a - b$	$\Delta x_0 = \pm(\Delta a_0 + \Delta b_0)$	$\delta x_0 = \pm \frac{\Delta a_0 + \Delta b_0}{a_0 + b_0} \cdot 100\%$
$x = ab$	$\Delta x_0 = \pm(a_0 \Delta b_0 + b_0 \Delta a_0)$	$\delta x_0 = \pm(\delta a_0 + \delta b_0)$
$x = \frac{a}{b}$	$\Delta x_0 = \pm \left(\frac{a_0 \Delta b_0 + b_0 \Delta a_0}{b_0^2} \right)$	$\delta x_0 = \pm(\delta a_0 + \delta b_0)$
$x = a^n$	$\Delta x_0 = \pm n a_0^{n-1} \Delta a_0$	$\delta x_0 = \pm n \delta a_0$
$x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$\Delta x_0 = \pm \frac{1}{n} a_0^{\frac{1}{n}-1} \Delta a_0$	$\delta x_0 = \pm \frac{1}{n} \delta a_0$
$x = \sin \alpha$	$\Delta x_0 = \pm \cos \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0$	$\delta x_0 = \pm \operatorname{ctg} \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0 \cdot 100\%$
$x = \cos \alpha$	$\Delta x_0 = \pm \sin \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0$	$\delta x_0 = \pm \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \Delta \alpha_0 \cdot 100\%$
$x = \operatorname{tg} \alpha$	$\Delta x_0 = \pm \frac{\Delta \alpha_0}{\cos^2 \alpha_0}$	$\delta x_0 = \pm \frac{2 \cdot \Delta \alpha_0}{\sin 2 \alpha_0} \cdot 100\%$
$x = \operatorname{ctg} \alpha$	$\Delta x_0 = \pm \frac{\Delta \alpha_0}{\sin^2 \alpha_0}$	$\delta x_0 = \pm \frac{2 \cdot \Delta \alpha_0}{\sin 2 \alpha_0} \cdot 100\%$

1.5. Обробка результатів вимірювання за методом Стюдента.

Нехай у результаті n рівноточних вимірювань деякої фізичної величини x отримуємо сукупність значень x_i , де $i=1,2,\dots,n$, які дещо відрізняються за величиною. Випадкові похибки є наслідком випадкових, неконтрольованих перешкод, вплив яких на процес вимірювання неможливо врахувати безпосередньо. Цих перешкод дуже багато, вони різної фізичної природи і відрізняються силою впливу на процес вимірювання. Повністю їх усунути неможливо. Випадкові похибки можуть відхиляти результати вимірювань від істинного значення в обидві сторони і їх вплив враховується під час певної обробки результатів вимірювання фізичної величини в такому порядку:

а) найбільш імовірним результатом вимірювання буде в цьому випадку середнє арифметичне значення:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (33)$$

де n - кількість вимірювань;

б) знаходимо випадкові відхилення результатів спостережень від середнього арифметичного значення:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1 - \bar{x}, \\ \Delta x_2 &= x_2 - \bar{x}, \\ &\dots\dots\dots, \\ \Delta x_n &= x_n - \bar{x}; \end{aligned} \quad (34)$$

в) перевіряємо правильність обчислень випадкових відхилень і симетричність розподілу. Для цього необхідно перевірити, чи близька до нуля алгебраїчна сума $\sum_{i=1}^n \Delta x_i$. Якщо вона значно відрізняється від нуля, потрібно збільшити кількість спостережень;

г) обчислимо вибіркове середнє квадратичне відхилення результатів спостереження

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}; \quad (35)$$

д) перевіряємо відсутність промахів у ряді спостережень. Промахом можна вважати вимірювання, при якому випадкове відхилення перевищує граничну похибку.

За теорією похибок, граничну похибку визначають із співвідношення

$$\Delta_{cp} x = 3S_x.$$

При відкиданні промахів обчислення результатів спостережень починають спочатку, проводячи у разі необхідності додаткові спостереження замість відкинутих промахів;

е) обчислюємо вибіркове середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного результату вимірювання:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}; \quad (36)$$

з) обчислюємо довірчу границю випадкової похибки результату вимірювання (тобто випадкову похибку вимірювання). Для цього необхідно знати коефіцієнт Стюдента t_{pn} , що залежить від вибраної чи заданої довірчої ймовірності P (довірча ймовірність - це відносна кількість відхилень, величина яких не перевищує за абсолютним значенням заданої величини Δx_i) кількості спостережень n . Для фіксованих значень P і n t_{pn} знаходимо в табл. 5 (див. додатки) коефіцієнти Стюдента. Тоді довірчу границю випадкової похибки

результату вимірювання шукаємо за формулою

$$\Delta x = t_{pn} S_{\bar{x}}. \quad (37)$$

Це і є випадкова похибка вимірювання.

1.6. Правила наближених обчислень результатів вимірювань.

Усі числа, отримані в результаті вимірювань, є наближеними. При виконанні математичних дій з такими числами необхідно дотримуватись встановлених правил, які забезпечують відповідність між точністю обчислень і точністю вимірювань. Запис кінцевого результату обчислень також повинен відповідати точності вимірювання. Для цього результат обчислень треба заокруглити, залишивши лише значущі цифри.

Значущими називаються всі цифри числа, крім нулів, що стоять зліва від числа, і нулів, поставлених замість цифр, відкинутих при округленні. Наприклад, у числа 0,0502 три значущих цифри. Перші два нулі зліва незначущі, нуль між 5 і 2 значущий. Число 205 також тризначне. Запис $2,5 \cdot 10^2$ означає, що значущих цифр лише дві. Якщо ж це число записати у вигляді 250, то нуль тут означає, що число округлене. Два числа 12,4 та 12,400 відрізняються одне від одного. У числі 12,4 три значущі цифри, а в числі 12,400 - п'ять значущих цифр.

Основні правила виконання дій з наближеними числами такі:

1) перед виконанням математичних операцій наближені числа треба округлити до розряду найменш точного числа, залишаючи в числах на одну цифру більше („запасна цифра”), яку в кінцевому результаті відкидають;

2) при додаванні й відніманні наближених чисел кінцевий результат округляють до того розряду цифр, що має найменш точне число. Наприклад:

$$80,124 + 2,500 + 1,2452 + 0,0589,$$

буде обчислюватися як

$$80,124 + 2,500 + 1,245 + 0,059;$$

3) при множенні та діленні наближених чисел у кінцевому результаті зберігають стільки значущих цифр, скільки їх є в числі з найменшою кількістю значущих цифр. Наприклад, треба помножити два числа 10,125 та 2,5. У першому числі п'ять, а в другому - дві значущі цифри, тому результат округляють так, щоб він мав також дві значущі цифри:

$$10,125 \times 2,5,$$

обчислюється як

$$10,13 \times 2,5;$$

4) при піднесенні до степеня в кінцевому результаті зберігають стільки значущих цифр, скільки їх має основа. Наприклад: $1,25^2 = 1,5625 \approx 1,56$.

Визначення об'єму тіл правильної геометричної форми

Мета роботи: навчитися проводити практичні вимірювання розмірів тіл за допомогою штангенциркуля й мікрометра, оволодіти методами наближених обчислень і визначення похибок.

Теоретичні відомості

Об'єм тіл правильної геометричної форми визначають зняттям вимірів за допомогою вимірювальних приладів. Отримані результати вимірювань підставляють у формули для обчислення об'єму тіл різної геометричної форми. Наприклад, для паралелепіпеда такою формулою є добуток довжин його ребер:

$V = abc$ (рис. 1), для циліндра – добуток площі його основи на висоту: $V = \frac{\pi d^2}{4} h$ (рис. 2, $\pi = 3,14$).

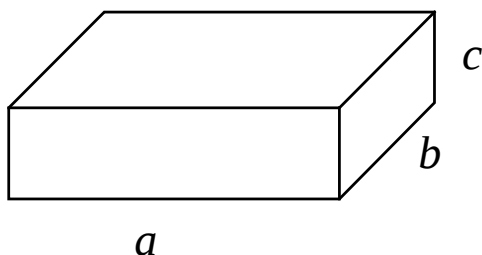


Рис. 1. Паралелепіпед.

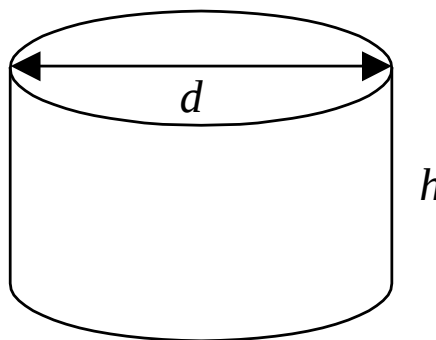


Рис. 2. Циліндр.

Опис приладів та методика вимірювання

Для визначення лінійних розмірів найчастіше користуються масштабною лінійкою з міліметровими позначками, за допомогою якої можна визначати лінійні розміри тіла з точністю $\pm 0,5$ мм. Для забезпечення вищої точності вимірювання (0,1; 0,05; 0,02 мм) користуються штангенциркулем і мікрометром. Одним із найважливіших конструктивних елементів цих приладів є відповідно ноніус і мікрометричний гвинт.

Ноніусом називають допоміжну лінійку, яку застосовують разом із масштабною лінійкою для відлічування десятих, двадцятих або п'ятдесятих часток міліметра. Якщо ноніус призначений для вимірювання десятих часток міліметра, то на ньому віддаль 9 або 19 мм поділяють на 10 рівних частин (рис. 3). Тут відстань між поділками становить 0,9 або 1,9 мм. Отже, різниця між однією поділкою лінійки й поділкою ноніуса становить 0,1 мм. Це число називається точністю ноніуса. Оскільки точність вимірювання визначається точністю ноніуса, то в цьому випадку вона дорівнює 0,1 мм.

Шкала ноніуса для вимірювання з точністю до 0,05 мм має 20 однакових поділок на довжині 19 мм (рис. 4). Позначка цього ноніуса, яка збігається з однією з поділок основної шкали, показує число двадцятих частин міліметра. Для визначення лінійного розміру тіла зафіксуємо цілу кількість поділок масштабної лінійки (її вказує нульова позначка шкали ноніуса). Для визначення часток міліметра знаходимо на шкалі ноніуса ту позначку, яка найкраще збігається з будь-якою поділкою основної лінійки, і визначаємо лінійний розмір тіла за формулою

$$L = (m + 0,05k), \quad (1)$$

де m - кількість цілих поділок масштабної лінійки; k - номер позначки шкали ноніуса, яка найкраще збігається з якоюсь поділкою масштабної лінійки.

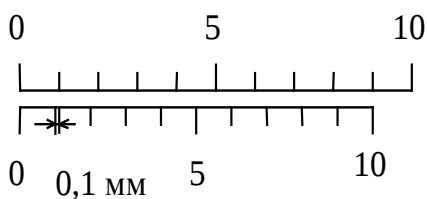


Рис. 3. Шкала ноніуса.

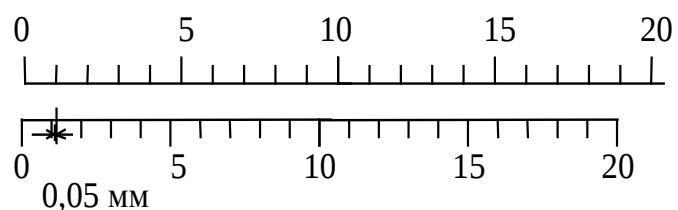


Рис. 4. Шкала ноніуса.

Штангенциркуль (рис. 5) складається з металевої масштабної лінійки 1, на якій нанесено поділки в міліметрах, нерухомого 2 та рухомого 3 виступів. В обоймі 4 рухомого виступу 3 є вікно, на зрізі якого нанесена шкала ноніуса 5.

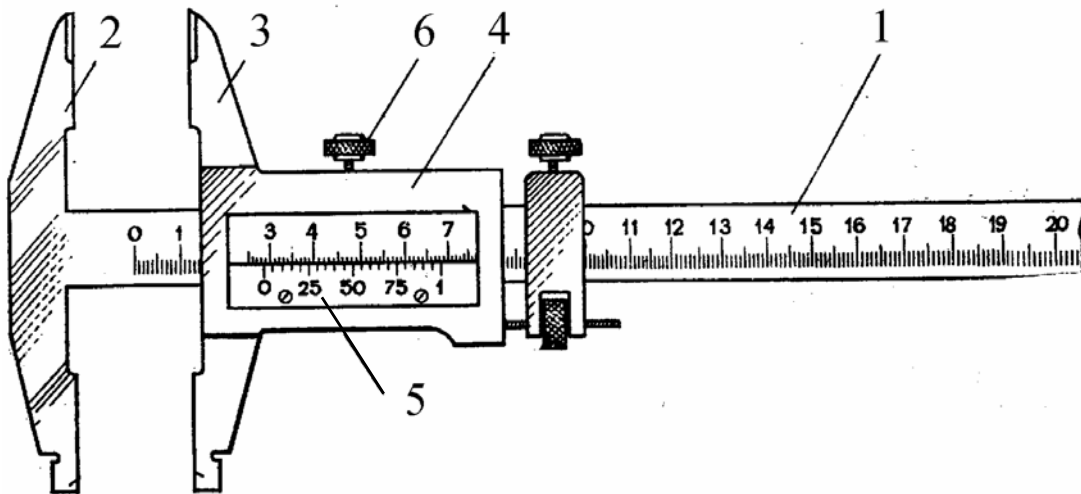


Рис. 5. Штангенциркуль.

Для закріплення обойми у фіксованому положенні використовується гвинт 6. Вимірювання за допомогою штангенциркуля здійснюються в такій послідовності:

1. Вставляють вимірювану деталь між нерухомим 2 та рухомим 3 виступами, переміщуючи при цьому обойму 4 з ноніусом так, щоб деталь була легко затиснута між виступами.

2. За основною шкалою визначають ціле число міліметрів. Воно дорівнює кількості поділок основної шкали, які розміщені зліва від нульового штриха ноніуса. Наприклад, якщо "0" шкали ноніуса міститься між m та $m+1$ поділкою міліметрової масштабної шкали, то ціле число міліметрів становить m .

3. Визначають число часток міліметра ΔL . Згідно з формулою (1) вона дорівнює добутку точності ноніуса $\Delta \alpha$ (0,05 мм) на номер k тієї поділки ноніуса, що найточніше збігається зі штрихом основної шкали:

$$\Delta L = k \cdot 0,05. \quad (2)$$

4. Точність ноніуса $\Delta \alpha$ визначають, знаючи число поділок ноніуса та ціну поділки основної шкали: $\Delta \alpha = \frac{1}{n}$.

5. Вимірювану довжину L знаходять, додаючи цілі й дробові частини міліметра (див. формулу (1)).

Мікрометр (рис. 6) складається з сталюї скоби 1, на одному кінці якої розташована опорна п'ята 2, а на іншому – циліндрична трубка 3. Всередині трубки вздовж різьби переміщується мікрометричний гвинт із кроком 0,5 мм, що має вимірювальну поверхню 4. До гвинта прикріплений барабан 5, по краю якого нанесено кругову шкалу, що має 50 однакових поділок. Уздовж внутрішньої трубки 3 нанесена риска, по обидва боки від якої є дві міліметрові шкали, зміщені одна відносно одної на 0,5 мм. Під час одного повного оберту зріз барабана й відповідно вимірювальна поверхня 4 переміщуються на 0,5 мм. Очевидно, що ціна поділки шкали барабана мікрометричного гвинта становить 0,01 мм.

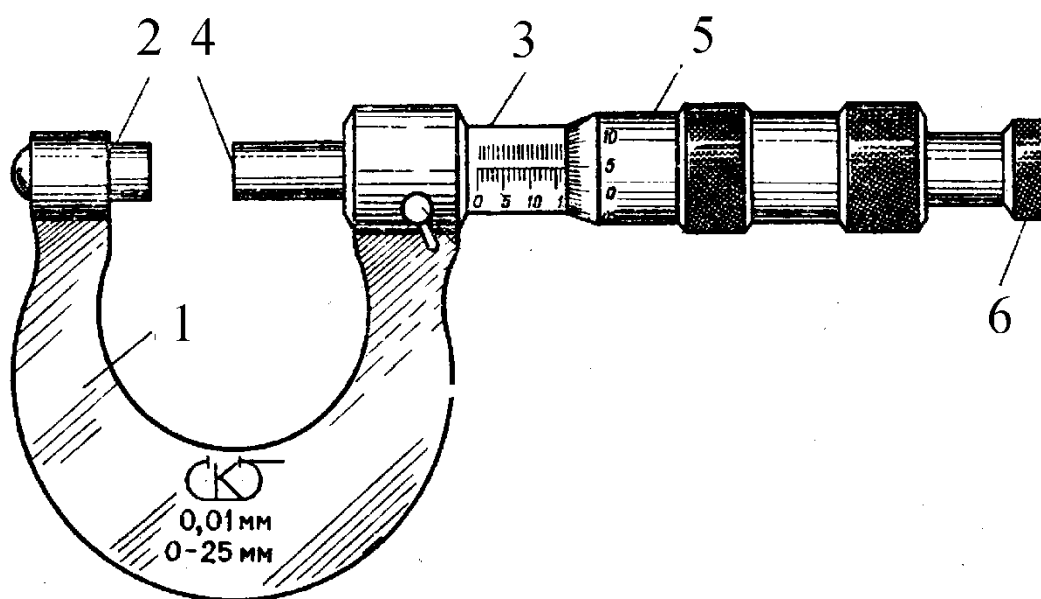


Рис. 6. Мікрометр.

Вимірювання за допомогою мікрометра виконують у такій послідовності:

1. Один кінець предмета прикладають до опорної п'яти 2, за допомогою спеціального пристрою 6 (так званої тріскачки) повертають гвинт доти, доки він не торкнеться іншого кінця предмета (чути характерний тріск).
2. Визначають число цілих і півцілих міліметрів, які відсікає край барабана.
3. Визначають число сотих часток міліметра. Для цього число, що стоїть навпроти поздовжньої риски, множать на 0,01.
4. Отримані значення цілих, півцілих і сотих часток міліметра додають і знаходять вимірювану довжину предмета.

Хід роботи

1. Визначити число поділок n шкали ноніуса й обчислити похибку ноніуса Δa .
2. Штангенциркулем виміряти довжину a , ширину b та товщину c паралелепіпеда. Повторити вимірювання величин a , b , c п'ять разів.
3. Обчислити об'єм паралелепіпеда за формулою

$$V = a_0 b_0 c_0. \quad (3)$$

4. Результати вимірювань і обчислень записати у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювань та обчислень

№ п/п	$a, м$	$b, м$	$c, м$	$V, м^3$	$\Delta V, м^3$
1					
2					
3					
...					

5. Мікрометром виміряти діаметр основи d та висоту h циліндра. Виміри повторити п'ять разів.
6. Обчислити об'єм циліндра за формулою

$$V_0 = \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) h. \quad (6)$$

7. Результати вимірювань та обчислень записати у табл. 2.

Таблиця 2

Результати вимірювань та обчислень

№ п/п	$d, м$	$h, м$	$V_0, м^3$	$\Delta V_0, м^3$
1				
2				
3				
...				

Питання для самоконтролю

1. Що таке ноніус і яка його будова?
2. Які типи ноніусів найчастіше використовуються на практиці?
3. Яка будова ноніуса для вимірювання з похибкою $\pm 0,05$ мм?
4. Яка будова штангенциркуля?
5. Яка будова мікрометра?
6. Опишіть методику вимірювань за допомогою штангенциркуля.
7. Опишіть методику вимірювань за допомогою мікрометра.
8. Записати формули для визначення об'єму паралелепіпеда й циліндра.
9. Записати формули для визначення абсолютної та відносної похибки об'ємів паралелепіпеда й циліндра.

Перевірка основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла за допомогою маятника Максвелла

Мета роботи: порівняти експериментальне a_e і теоретичне a_T значення прискорення центра маси маятника і проаналізувати можливі причини незбіжності одержаних результатів.

Теоретичні відомості

Маятник Максвелла - це невеликий диск (маховичок), посаджений тісно на валик. Він опускається під дією сили тяжіння на двох нитках, попередньо намотаних на валик маховичка (рис.1). Обидві нитки під час руху вниз розмотуються на всю довжину. Розкручений маховик продовжує обертальний рух у тому ж напрямку, намотуючи нитку на вісь. У результаті цього він піднімається вгору, частково гальмуючи свій рух. Дійшовши до верхньої точки, диск знову буде опускатись вниз і так далі. Маховичок здійснює коливання вгору і вниз, тому такий пристрій і називається маятником.

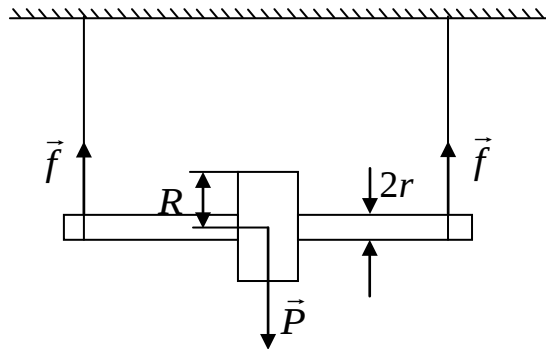


Рис. 1. Маятник Максвелла.

Позначимо через P силу тяжіння на маятник, а через f - силу натягу однієї нитки. Тоді рівняння поступального руху маховика записується у вигляді

$$P - 2f = ma, \quad (1)$$

де m - маса маятника, a - прискорення його центра маси. Рівняння для обертального руху буде мати вигляд:

$$2fr = I \frac{d\omega}{dt}, \quad (2)$$

де r - радіус валика, ω - кутова швидкість обертального диска, I - момент інерції маятника. Останній дорівнює сумі моментів інерції валика I_e і диска I_o :

$$I = I_e + I_o. \quad (3)$$

Момент інерції валика I_e як однорідного циліндра визначається за

виразом

$$I_{\epsilon} = \frac{1}{2} m_{\epsilon} r^2, \quad (4)$$

де m_{ϵ} - маса валика. Момент інерції диска з коаксіальним отвором у ньому визначається за виразом

$$I_{\delta} = \frac{1}{2} m_{\delta} (R^2 - r^2), \quad (5)$$

де R - радіус диска, r - радіус отвору, m_{δ} - маса диска.

Враховуючи, що $a = r \frac{d\omega}{dt}$, з рівнянь (1) і (2) знаходимо:

$$a = \frac{P}{m + \frac{I}{r^2}}. \quad (6)$$

Прискорення a можна визначити також за формулою

$$a = \frac{2S}{t^2}, \quad (7)$$

де S - шлях, пройдений центром маси з крайнього верхнього положення в крайнє нижнє, t - час одного повного розкручення маятника. За допомогою формули (6) прискорення центра маси маятника можна розрахувати теоретично за відомими значеннями P , m , I і r (позначимо результат розрахунку через a_T). За формулою (7) прискорення центра маси можна визначити експериментально, вимірюючи величини S і t (позначимо експериментально одержане прискорення центра маси через a_E).

Хід роботи

1. Виміряти за допомогою штангенциркуля діаметри d і D валика і диска в трьох різних місцях і визначити відповідно їх радіуси $r = \frac{d}{2}$ і $R = \frac{D}{2}$.
2. Виміряти довжину валика l .
3. Виміряти масу маятника m .
4. Відмітити початкове положення маятника і надати йому можливість падати вздовж шкали, запустити секундомір і визначити час t повного розкручування. Для одного і того ж значення S виміряти тричі час t .
5. Обчислити середнє арифметичне значення виміряних прямим методом величин, оцінити довірчі межі їх повних похибок і відносні похибки результатів.
6. Користуючись формулами (4) і (5), обчислити моменти інерції I_{ϵ} , I_{δ} і момент інерції маятника $I = I_{\epsilon} + I_{\delta}$.
7. Враховуючи, що $P = mg$, і використовуючи результати, одержані в п. п. 1, 3, 7, за формулою (6) знайти теоретичні значення прискорення центра a_T .

8. Визначити експериментально одержане значення прискорення центра маси a_E за допомогою формули (7).
9. Порівняти значення a_T і a_E з урахуванням довірчих меж їх повних похибок. Проаналізувати можливі причини розбіжностей у результатах.
10. Результати вимірювання та обчислення записати у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ П/ П	r , м	R , м	t , с	m , кг	S , м	m_ϵ , кг	m_δ , кг	I_ϵ , кг·м ²	I_δ , кг·м ²	I , кг·м ²	a_m , $\frac{м}{с^2}$	a_e , $\frac{м}{с^2}$
1												
2												
3												
...												

Питання для самоконтролю

1. Кінематика обертального руху твердого тіла. Кутова швидкість. Кутове прискорення.
2. Зв'язок між лінійними і кутовими швидкостями і прискореннями.
3. Поняття моменту сили.
4. Поняття моменту інерції. Момент інерції тіла симетричної форми. Одиниці виміру моменту інерції.
5. Основне рівняння динаміки обертального руху.
6. Момент кількості руху. Закон збереження моменту кількості руху.

Визначення модуля зсуву методом крутильних коливань

Мета роботи: вивчення пружних властивостей матеріалів.

Теоретичні відомості

Якщо верхній кінець досліджуваної дротини закріплений нерухомо, а до його нижнього кінця підвісити яке-небудь тіло, то, повернувши це тіло на певний кут і відпустивши його, ми спостерігатимемо коливання, що відбуваються завдяки пружним силам закрученої дротини (рис. 1).

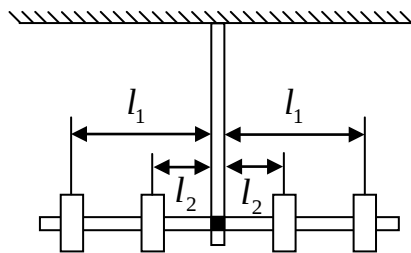


Рис. 1. Крутильний маятник.

Якщо тіло, здійснює крутильні коливання на дротині, то до нього можна застосовувати основний закон динаміки обертального руху:

$$M = I \frac{d\omega}{dt}, \quad (1)$$

де M - обертовий момент відносно дротини, до якої прикріплено тіло; I - момент інерції тіла відносно дротини; $\frac{d\omega}{dt}$ - кутове прискорення.

Закон Гука для деформації кручення має вигляд:

$$M = -f\varphi, \quad (2)$$

де φ - кутове зміщення, f - модуль кручення, тому можна записати:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -f\varphi. \quad (3)$$

З цього рівняння видно, що в даному русі кутове прискорення пропорційне зміщенню φ і протилежно йому спрямоване, а це є ознакою гармонічного коливального руху. Період крутильних коливань можна знайти, згадавши, що множник пропорційності між $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ і φ , у даному випадку $\frac{f}{I}$, повинен дорівнювати квадрату циклічної частини коливань:

$$\frac{f}{I} = \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}, \quad (4)$$

звідси:

$$f = \frac{4\pi^2 I}{T^2}, \quad (5)$$

де T є періодом крутильних коливань маятника.

Щоб з цього виразу знайти f , необхідно позбутися невідомого моменту інерції I , для чого в даному завданні визначають два періоди коливань маятника T_1 і T_2 , і з даних вимірювань маємо:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{f}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{f}}, \quad (6)$$

де T_1 - період коливань системи при відстані тягарців від дротини l_1 , T_2 - при віддалі l_2 . Тоді:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{I_1}{I_2}. \quad (7)$$

Момент інерції крутильного маятника можна представити як момент інерції тягарців $2ml^2$ плюс момент інерції рейки і дротини j , тобто:

$$I_1 = 2ml_1^2 + j; I_2 = 2ml_2^2 + j. \quad (8)$$

Для того щоб позбутися невідомого j від I_2 віднімемо I_1 :

$$I_2 - I_1 = 2m(l_2^2 - l_1^2).$$

Підставляємо значення

$$I_2 = \frac{I_1 T_2^2}{T_1^2} \quad (9)$$

одержуємо

$$I_1 = \frac{2mT_1^2(l_2^2 - l_1^2)}{T_2^2 - T_1^2}. \quad (10)$$

Підставляємо отримане значення в рівняння (5) і знайдемо модуль кручення f :

$$f = \frac{4\pi^2 I_1}{T_1^2} = \frac{8\pi^2 m(l_2^2 - l_1^2)}{T_2^2 - T_1^2}. \quad (11)$$

Вимірявши відстані від центрів тягарців до осі обертання рейки l_1 і l_2 , їх масу, використовуємо співвідношення між модулем кручення f і модулем зсуву N :

$$f = \frac{N\pi r^4}{2L}, \quad (12)$$

де L - довжина дротини, r - її радіус.

Тоді робоча формула матиме вигляд:

$$N = \frac{16\pi m L (l_2^2 - l_1^2)}{r^4 (T_2^2 - T_1^2)}. \quad (13)$$

Хід роботи

1. Підвісити два однакові тягарці масою m кожний до позначок, які знаходяться на однакових відстанях l_1 від осі, як показано на рис. 1.
2. Надати системі обертання імпульс так, щоб рейка з тягарцями здійснювала крутильні коливання з невеликою амплітудою.
3. Виміряти час ста коливань системи і обчислити період коливання T_1 .
4. Переставити тягарці в інші створи в рейці, які знаходяться на відстані l_2 від осі, і таким самим способом виміряти змінений період коливань T_2 .
5. Модуль зсуву вирахувати за формулою (13) в $\frac{H}{M^2}$ і результати вимірювання занести в табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$r, м$	$L, м$	$m, кг$	$l, м$	$t, с$	n	$T, с$	$\frac{N, H}{M^2}$	$\frac{\Delta N, H}{M^2}$
1									
2									
3									
...									

Примітка: для одержання крутильних коливань слід обережно повернути рейку на невеликий кут і відпустити, стежити за тим, щоб система не одержала маятникових коливань.

T - вимірюється секундоміром, L , l_1 , l_2 - вимірюється лінійкою, r - вимірюється мікрометром.

Питання для самоконтролю

1. Що називається модулем зсуву?
2. Яка величина є мірою деформації зсуву? Її розмірність.
3. Закон Гука для деформації зсуву.
4. Закон Гука для деформації кручення.
5. Другий закон Ньютона для обертального руху.

6. Диференціальне рівняння руху для крутильних коливань.

Вивчення обертового руху за допомогою маятника Обербека

Мета роботи: перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.

Теоретичні відомості

Тверде тіло можна розглядати як систему жорстко пов'язаних між собою матеріальних точок. Нехай, наприклад, деяке тверде тіло обертається навколо осі OO_1 (рис. 1). Розіб'ємо в нашій уяві це тіло на окремі часточки з масами $m_1, m_2, \dots, m_n$, що знаходяться від осі обертання на відстанях $r_1, r_2, \dots, r_n$. Одержані часточки будемо розглядати як матеріальні точки. Нехай на кожну з них по дотичній до кіл, по яких вони рухаються, діють відповідно сили $f_1, f_2, \dots, f_n$. Ці сили підібрані так, що $m_1, m_2, \dots, m_n$ надають однакові кутові прискорення.

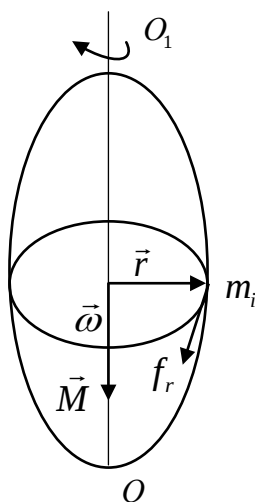


Рис. 1.Схема твердого тіла.

Розглядаємо спочатку рух лише однієї матеріальної точки A з масою m_i , яка рухається по колу з радіусом r_i . Під дією сили f_i точка A набуває лінійного прискорення a , яке визначається із співвідношення

$$a_i = \frac{f_i}{m_i}. \quad (1)$$

Відомо, що $a_i = \varepsilon_i r_i$, де ε_i - кутове прискорення, а тому на підставі рівності (1) можна написати:

$$f_i = m_i r_i \varepsilon_i.$$

Помноживши обидві частини останньої рівності на r_i , дістанемо

$$r_i f_i = m_i r_i^2 \varepsilon_i. \quad (2)$$

Ліву частину цієї рівності називають моментом сили, що діє на точку A , а величину $m_i r_i^2$, тобто масу матеріальної точки, помножену на квадрат її відстані від осі обертання, - моментом інерції течи A відносно цієї осі.

Отже,

$$\vec{M}_i = [\vec{r}_i \vec{f}_i], \quad (3)$$

$$I_i = m_i r_i^2. \quad (4)$$

З рівнянь (2) - (4) одержимо:

$$M_i = I_i \varepsilon_i. \quad (5)$$

Це - основне рівняння динаміки обертового руху, або II закон Ньютона для обертового руху матеріальної точки.

Повернімось тепер до розгляду твердого тіла. Міркуючи так само, ми можемо для будь-якої з точок тіла записати формулу, аналогічну формулі (3). Тому для всього твердого тіла вірною буде рівність

$$\sum_i M_i = \sum_i I_i \varepsilon_i. \quad (6)$$

Сталу величину ε_i винесемо з-під знака суми, враховуючи, що в лівій частині рівності стоїть сума моментів сил, прикладених до окремих точок, на які було розбите тіло, і ця сума дорівнює моментіві сили M , прикладеної до тіла: $M = \varepsilon \sum_i I_i$. Величина $\sum_i I_i$ являє собою суму моментів інерції всіх матеріальних точок, на які було розбите тіло. Ця сума називається моментом інерції I відносно осі обертання OO_1 . Отже,

$$\vec{M} = I \vec{\varepsilon}. \quad (7)$$

Останнє рівняння аналогічне співвідношенню $\vec{F} = m \vec{a}$, яке виражає другий закон Ньютона для поступального руху тіла. Отже, формула (4) являє собою другий закон динаміки Ньютона для обертового руху тіла.

У разі зміни моменту сили від M_1 до M_2 , якщо I залишається сталим, кутове прискорення зміниться від ε_1 до ε_2 , на підставі цього можна записати рівняння

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (8)$$

Одним із завдань даної роботи є перевірка цього співвідношення.

Опис приладу

Маятник Обербека (рис.2) являє собою металевий циліндр, який може обертатися навколо горизонтальної осі (тертя дуже мале, і його не враховують). На поверхні циліндра вирізано дві заглибини прямокутного перерізу 1 і 2, кожна

з них виконує роль шків (рис. 3). Радіуси одержаних таким чином шківів різні. Вздовж кожної спиці можна пересувати регулюючі металеві циліндрики однакової маси m . Гвинтом їх закріплюють.

На шків намотується тонка, але міцна нитка. Якщо до її вільного кінця прикріпити тягар і надати йому змогу падати, він приведе в обертотий рух маятник Обербека.

На падаючий тягар діють дві сили: сила тяжіння $\vec{P} = m_0 \vec{g}$ і сила натягу нитки T , яка діє вздовж нитки по дотичній до поверхні шків маятника. Різниця цих двох сил, напрямлених у протилежні боки, і зумовлює прискорення падаючого тіла, $\vec{a}$, тобто:

$$m_0 g - T = m_0 a . \quad (9)$$

Звідси $T = m_0 (g - a)$.

Момент сили натягу відносно осі обертання

$$M = Tr = m_0 (g - a) r = I \varepsilon , \quad (10)$$

де r - радіус відповідного шків; I - момент інерції маятника; ε - кутове прискорення маятника.

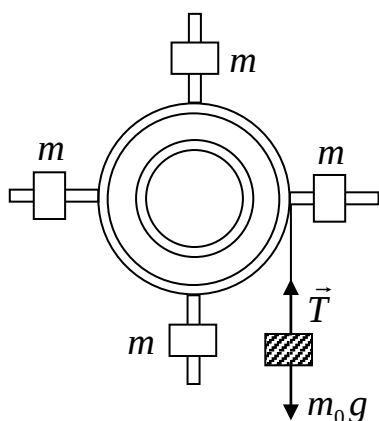


Рис.2. Маятник Обербека.

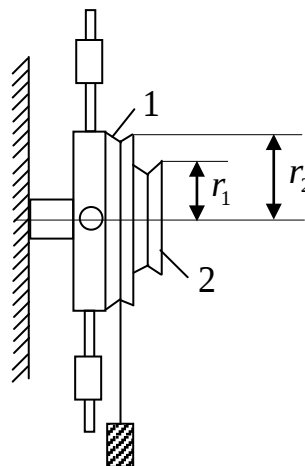


Рис.3.Схема установки.

Кутові прискорення обертального руху маятника можна знайти з таких міркувань. Нехай тягар P за час t падає з висоти h . Тоді прискорення його руху визначається за відомою формулою:

$$a = \frac{2h}{t^2} . \quad (11)$$

Вважатимемо, що нитка змотується з шків маятника без тертя і ковзання, тому лінійне прискорення точок його поверхні також дорівнює a . Тоді прискорення знаходимо за формулою

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2} . \quad (12)$$

Підставляючи у формулу (7) значення a з рівності (11) і значення ε з рівності (9), отримуємо вираз для моменту інерції маятника:

$$I = m_0 \frac{r^2(gt^2 - 2h)}{2h}, \quad (13)$$

$$M = m_0 r \frac{(gt^2 - 2h)}{t^2}. \quad (14)$$

Завдання 1. Перевірка прямо пропорційної залежності кутового прискорення від моменту сили, що діє на обертальну систему.

Хід роботи

1. Встановіть металеві циліндрики так, що система вільно оберталася.
2. Штангенциркулем виміряйте радіуси обох шківів.
3. На технічних терезах визначають масу тягарця.
4. Намотайте нитку на один зі шківів маятника і до її вільного кінця підвішайте цей тягарець. Відпускайте його і одночасно увімкніть секундомір. Коли тягарець торкнеться підлоги, секундомір вимкніть. Висоту h його падіння знаходять за вертикальною шкалою.
5. Дослід повторюють декілька разів, без будь-яких змін і, користуючись формулами (12)-(14), визначають середнє значення M_0 і ε_0 для тягарця (індекс "нуль" стосується тих випадків, коли обертальна система позбавлена регулюючих циліндрів).
6. Так само чином знаходять M_{0i} та r_{0i} в наступних дослідах, в яких використовують другий шків і решту тягарців.
7. Для кожного тягарця розраховують відношення

$$\frac{M_{01}}{\varepsilon_{01}}, \frac{M_{02}}{\varepsilon_{02}}, \dots, \frac{M_{0n}}{\varepsilon_{0n}}$$

і порівнюють їх між собою. Рівність цих відношень між собою і буде свідчити про пропорційність залежності між M і ε , тобто про правильність формули (8). Оскільки коефіцієнт пропорційності залишиться сталим, можна зробити висновок, що він залежить лише від обертальної системи і характеризує її. Таким чином, підтверджується пропорційність між моментом сили і кутовим прискоренням, тобто рівність $M = I\varepsilon$.

8. Результати вимірювання та обчислення заносимо в табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислень

№ п/п	$m_0, \text{ кг}$	$r, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$\frac{M}{\varepsilon}, \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
1							
2							

3							
---	--	--	--	--	--	--	--

Питання для самоконтролю

1. Охарактеризувати поступальний та обертальний рухи твердого тіла.
2. Кутова швидкість і кутове прискорення. Їх розмірність у системі СІ.
3. Вивести формулу зв'язку між лінійною і кутовою швидкістю.
4. Зв'язок між тангенціальною складовою лінійного прискорення і кутовим прискоренням.
5. Момент сили і момент інерції матеріальної точки, їх розмірність.
6. Момент інерції тіла довільної форми і розмірів. Фізичний зміст I .
7. Вивести робочу формулу для визначення моменту сили та моменту інерції.
8. Другий закон Ньютона для обертового руху.
9. У чому полягає перевірка основного закону динаміки обертового руху на маятнику Обербека?

Вивчення основного закону динаміки обертального руху

Мета роботи: експериментально перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла, що має закріплену вісь обертання.

Теоретичні відомості

Основний закон динаміки обертального руху (другий закон Ньютона для обертального руху, або рівняння моментів):

$$M = I\varepsilon . \quad (1)$$

Завданням роботи є перевірка співвідношення:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} . \quad (2)$$

На падаючий тягарець діють дві сили-сила тяжіння $\vec{P} = m_0\vec{g}$ і сила натягу нитки T , яка діє вздовж нитки по дотичній до поверхні шківів маятника (рис. 1):

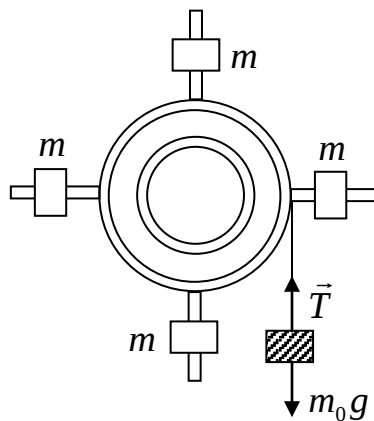


Рис. 1. Схема установки.

$$m_0g - T = m_0a . \quad (3)$$

Звідси

$$T = m_0(g - a) . \quad (4)$$

Момент сили натягу відносно осі обертання:

$$M = TR = m_0(g - a)R = I\varepsilon , \quad (5)$$

де R - радіус відповідного шківів, I - момент інерції, ε - кутове прискорення.

Кутове прискорення обертального руху маятника можна знайти з таких міркувань. Нехай тягарець P за час t падає з висоти h . Тоді прискорення його руху визначається за відомою формулою:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (6)$$

Вважатимемо, що нитка розмотується із шківів маятника без тертя і ковзання, тому лінійне прискорення точок його поверхні також дорівнює a . Тоді прискорення знаходимо за формулою

$$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (7)$$

Підставляючи у формулу (5) значення a з рівності (6) і значення ε з рівності (7), отримаємо вираз для моменту інерції маятника:

$$I = m_0 \frac{R^2(gt^2 - 2h)}{2h}. \quad (8)$$

Підставляючи у рівняння (1) рівняння (8) і рівняння (7), одержимо:

$$M = m_0 R \frac{(gt^2 - 2h)}{t^2}. \quad (9)$$

Основною частиною установки (рис. 2) є маятник Обербека. Він складається з вала, на якому запресовані два шківів різних діаметрів R_1 і R_2 та чотири стержні у вигляді хрестовини. На стержнях можна закріплювати додаткові тягарці 1 однакової маси m . Маятнику надає обертального руху тягарець 2, підвішений до нитки, другий кінець якої намотується на один із шківів. Висоту опускання тягарців визначають за шкалою, а час опускання – за лічильником часу (механічним, електромеханічним чи електронним секундоміром), який вмикається і вимикається автоматично або вручну.

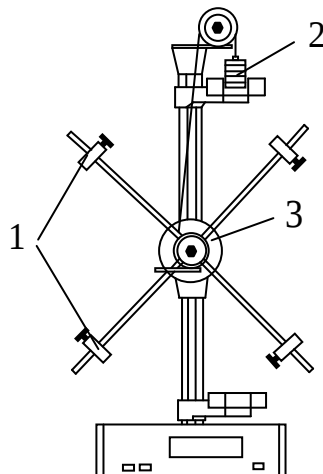


Рис. 2. Схема установки.

Хід роботи

1. Під'єднайте установку до електромережі та натисніть кнопку „Сеть”.

- Виміряйте відстань h за шкалою, радіуси шківів R_1 і R_2 - штангенциркулем. Визначте масу тягарця m_0 за допомогою технічної ваги.
- Закріпіть чотири тягарці на відстані від осі обертання, яку задасть викладач. При цьому маятник повинен бути в рівновазі.
- Намотайте нитку на шків радіуса R_1 . Після цього натисніть кнопку „Сброс” (обнулите мілісекундомір).
- Натисніть кнопку „Пуск”. Внаслідок цього електромагніт відпустить маятник, який почне обертатися. Тягарець, який буде опускатися, автоматично увімкне мілісекундомір, а потім автоматично його вимкне. Запишіть значення часу t , протягом якого тягарець опускався на висоту h . Дослід повторіть п’ять разів.
- Намотайте нитку на шків радіуса R_2 і визначте час t опускання тягарця з висоти h (див. пункти 4-5).
- За формулою (7) обчисліть кутове прискорення.
- За формулою (9) знайдіть момент сили.
- Розрахуйте співвідношення $\frac{M_i}{\varepsilon_i}$ і порівняйте їх між собою. Результати вимірювання та обчислення занесіть у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$m_0, \text{кг}$	$R, \text{м}$	$h, \text{м}$	$t, \text{с}$	$\varepsilon, \frac{\text{Рад}}{\text{с}^2}$	$M, \text{Н} \cdot \text{м}$	$\frac{M}{\varepsilon}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
1							
2							
3							
...							

Питання для самоконтролю

- Що називається моментом інерції матеріальної точки, системи матеріальних точок, твердого тіла?
- Сформулюйте і запишіть основний закон динаміки обертального руху.
- Вивести формулу зв’язку між лінійною і кутовою швидкістю.
- Як можна змінити момент сили, що діє на маятник Обербека?
- Як можна змінити момент інерції маятника Обербека?
- Як визначити напрям моменту сили?

Дослідження процесу пружної деформації кручення

Мета роботи: визначення модуля зсуву методом деформації кручення.

Теоретичні відомості

Модуль зсуву визначається за допомогою крутильного маятника (рис. 1). На основі 1 з чотирма ніжками, висоту яких можна регулювати, закріплені колонка 4 та електронний блок 2, який складається з мілісекундоміра 9, лічильника періодів 3, кнопок керування. На колонці закріплені три кронштейни. Верхній і нижній кронштейни мають затискачі, якими закріплюють сталеві підвіси 5, 8 з рамкою 7. На середньому кронштейні розміщена сталева плита, що є підставкою для фотоелектронного датчика, електромагніта та кутової шкали.

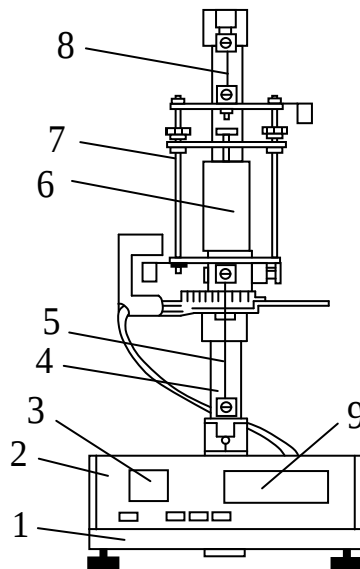


Рис. 1. Крутильний маятник.

Конструкція рамки дає змогу закріплювати в ній тіло 6 правильної геометричної форми. Тіло закріплюється за допомогою рухомої поперечної балки, яку можна переміщати по нерухомих стержнях і фіксувати затискачами та гвинтом.

Час і кількість повних коливань рамки вимірюється в автоматичному режимі. Світловий потік від лампочки падає на фототранзистор. Під час коливань крутильного маятника стрілка рамки перетинає світловий потік, внаслідок чого в схемі транзистора генеруються електричні імпульси, які після підсилення у схемі транзистора подаються на вхід мілісекундоміра і лічильника коливань.

Період крутильних коливань рамки буде визначатися за формулою

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{b}}, \quad (1)$$

де I - момент інерції рамки, b - сумарний модуль кручення підвісу.

У цьому випадку модуль кручення підвісу b буде складатися із суми модулів кручення верхнього b_1 і нижнього b_2 підвісів, тобто:

$$b = b_1 + b_2 = \frac{\pi^4 N}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) = \frac{\pi d^4 N (L_1 + L_2)}{32 L_1 L_2}, \quad (2)$$

де L_1 і L_2 - довжина верхньої та нижньої частини підвісу, d - його діаметр, N - модуль зсуву дротини.

Щоб вилучити I , у рамку закріплюють тіло з відомим моментом інерції I_1 (у нашому випадку – циліндр, момент інерції якого можна визначити за формулою $I_1 = \frac{mD^2}{8}$, де m - маса циліндра, D - його діаметр). Тепер період крутильних коливань системи „рамка + циліндр”:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_1}{b}}. \quad (3)$$

Піднесемо до квадрата формули (1) і (3) та розділимо їх почленно:

$$\begin{aligned} \frac{T_1^2}{T^2} &= \frac{I + I_1}{I} = 1 + \frac{I_1}{I}; \\ \frac{I_1}{I} &= \frac{T_1^2 - T^2}{T^2}, \text{ звідки } I = \frac{I_1 T^2}{T_1^2 - T^2}. \end{aligned}$$

З формули (1)

$$I = b \frac{T^2}{4\pi^2}.$$

Прирівнявши два останні вирази, вилучимо невідомий момент інерції рамки:

$$b = \frac{4\pi^2 I_1}{T_1^2 - T^2}. \quad (4)$$

Підставивши у формулу (4) вираз для $I_1 = \frac{mD^2}{8}$ та значення b з формули (2), одержимо робочу формулу для модуля зсуву дротини:

$$N = \frac{16mD^2\pi L_1 L_2}{d^4 (L_1 + L_2) (T_1^2 - T^2)}. \quad (5)$$

Хід роботи

1. Під'єднайте установку до електромережі та натисніть кнопку „Сеть”.
2. Відпустіть кнопку „Пуск” і, повертаючи рамку, притисніть її до електромагніта, який зафіксує її в цьому положенні.
3. Натисніть кнопку „Сброс” (обнулите мілісекундомір і лічильник кількості коливань).
4. Натисніть кнопку „Пуск”. Внаслідок цього електромагніт відпустить рамку, яка почне виконувати крутильні коливання та ввімкне мілісекундомір і лічильник кількості коливань.
5. Стежте за показами лічильника кількості коливань. Коли на лічильнику з'явиться цифра 9, натисніть кнопку „Стоп”. Через одне коливання припиниться вимірювання. На лічильнику кількості коливань з'явиться цифра 10, а на мілісекундомірі час t , за який рамка здійснила ці коливання.
6. Закріпіть у рамці циліндр і виміряйте час десяти коливань рамки з циліндром t_1 (див. пункти 2-5).
7. За формулою $T_i = \frac{t_i}{n_i}$ обчисліть період коливань T і T_1 .
8. Штангенциркулем виміряйте довжини верхньої L_1 і нижньої L_2 частин підвісу, а мікрометром його діаметр d .
9. На технічній вазі визначте масу циліндра m , а штангенциркулем виміряйте його діаметр D .
10. За даними вимірювань обчисліть модуль зсуву N та результати вимірювання та обчислень занесіть у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислень

№ п/п	n	t, c	T, c	t_1, c	T_1, c	L_1, m	L_2, m	d, m	$m, кг$	D, m	$\frac{N, H}{m^2}$	$\frac{\Delta N, кг}{m \cdot c}$
1												
2												
3												
...												

Питання для самоконтролю

1. Назвіть типи деформації.
2. Що називається відносним зсувом?
3. Яка величина називається модулем зсуву?
4. Запишіть вираз закону Гука для деформації зсуву та кручення.
5. Який зв'язок між модулем кручення та зсуву?
6. Що називається моментом сили та моментом інерції?
7. Виведіть робочу формулу для визначення модуля зсуву.

Вивчення власних коливань пружинного маятника

Мета роботи: вивчення коливальних процесів за допомогою пружинного маятника.

Теоретичні відомості

Коливанням називається процес, в якому деяка його характеристика послідовно відхиляється то в один, то в інший бік від певного значення. Коливаються температура повітря, гілки дерева, магнітне поле Землі тощо.

Коливання бувають періодичними і неперіодичними. Неперіодичні коливання можна розкласти на періодичні складові, тому важливим є вивчення періодичних коливань.

Періодичними коливними процесами називаються такі, під час яких стан тіла або системи тіл повторюється через певні однакові проміжки часу. Такі процеси описуються періодичною функцією $f(t) = f(t + nT)$, де найменший час повторення T - період функції, n - довільне ціле число. Таку властивість мають, наприклад, коливання маятника годинника, коливання струни, зміна напруги між обкладками конденсатора в коливальному контурі. На вченні про коливання і хвилі базується акустика, радіотехніка, оптика, машинобудування, та інші розділи науки і техніки.

Велике значення має теорія коливальних процесів і в механіці, особливо при розрахунку на міцність різних машин та конструкцій. Розрізняють коливання за їхньою фізичною природою (механічні, теплові, електричні і т. д.), за способами збудження (власні коливання, вимушені коливання, автоколивання) і за кінематичними ознаками, тобто за характером зміни коливних величин з часом. Описують коливання двома способами: аналітичним, тобто за допомогою рівнянь, і графічним - наочним зображенням зміни коливної величини з часом. За кінематичними ознаками коливання бувають дуже різноманітні, найважливішими і найпростішими є гармонічні коливання, на які можна розкласти періодичні коливання будь-якої форми.

Розглянемо механічні коливання. У процесі механічних періодичних коливань повторюється положення, швидкості і прискорення тіл або їх частин під дією різних сил: сили тяжіння, пружної сили, капілярної та інших. Силу, під дією якої відбувається коливний процес, називають повертальною силою, оскільки вона намагається тіло, відхилене від положення рівноваги, повернути в це положення.

Залежно від характеру дії на тіло, що коливається, розрізняють вільні (або власні), вимушені коливання та автоколивання.

Вільні (або власні) коливання маємо тоді, коли на тіло діє тільки повертальна сила, і відбуваються вони в системі, яка залишена сама на себе після того, як їй надали поштовху, що вивів її з положення рівноваги.

Вільні коливання є незгасаючими, якщо не відбувається розсіяння енергії в довколишній простір. Однак реальні коливальні процеси є згасаючими, оскільки

на тіло, що коливається, діють сили опору руху, в основному сили тертя.

Вимушені коливання здійснюються під дією зовнішньої сили, що змінюється періодично.

Автоколивання, як і вимушені коливання, супроводжуються дією на систему, що коливається, зовнішніх сил, однак моменти часу, коли здійснюється цей вплив, задаються самою системою - система сама керує зовнішнім впливом.

Власні коливання є не тільки найбільш поширеними, а й найважливішими в теорії коливних процесів. Умови виникнення й характер вимушених коливань здебільшого суттєво залежать від характеру власних коливань, властивих системі.

Найпростішими періодичними коливаннями є гармонічні - такі коливання, за яких зміщення тіла від положення рівноваги залежить від часу за законом косинуса або синуса. Цей вид коливань також є важливим з таких причин: по-перше, коливання в природі і техніці часто мають характер, досить близький до гармонічного, і, по-друге, періодичні процеси іншої форми (з іншою залежністю від часу) можуть бути представлені як накладання декількох гармонічних коливань.

Гармонічне коливання матеріальної точки здійснюється під дією поворотальної сили F , що пропорційна зміщенню, тобто:

$$\vec{F} = -k\vec{x}. \quad (1)$$

Розглянемо систему - тягарець масою m на пружині, масою якої знехтуємо (рис. 1). У стані рівноваги сила $P = mg$ зрівноважується пружною силою $F = k\Delta l$:

$$mg = k\Delta l_0.$$

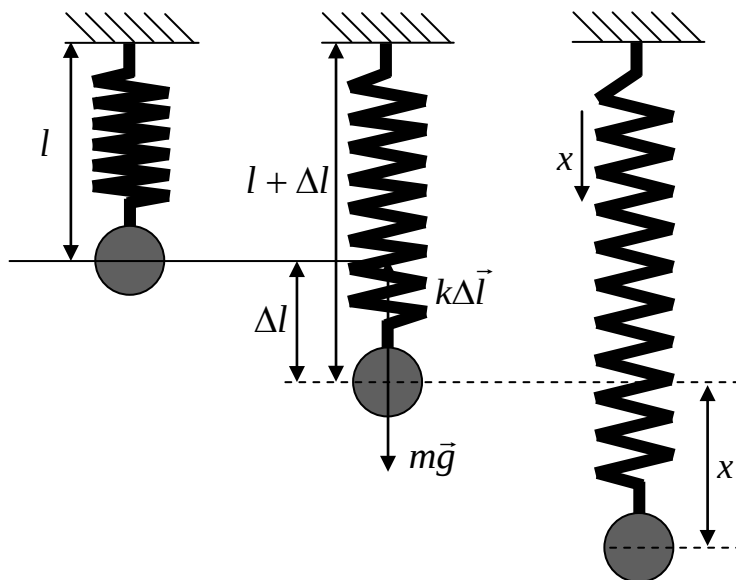


Рис. 1. Пружинний маятник.

При зміщенні тягарця від положення рівноваги відстань видовження пружини стане $\Delta l + x$, а проекція результуючої сили на вісь x (позначимо цю

проекцію літерою f) матиме значення:

$$f = mg - k(\Delta l + x). \quad (2)$$

Враховуючи умову рівноваги $mg = k\Delta l$, одержимо $f = -kx$. Знак "-" означає, що зміщення і сила мають протилежні напрями. Сила f пропорційна зміщенню тягарця з положення рівноваги і завжди має напрям до положення рівноваги.

Рівняння другого закону Ньютона для тягарця масою m на пружині з коефіцієнтом пружності k має вигляд:

$$ma = -kx, \quad (3)$$

або

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad (4)$$

оскільки a - прискорення, $a = \frac{d^2 x}{dt^2}$. Зведемо рівняння (4) до вигляду:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (5)$$

Рух тягарця під дією сили, що змінюється за законом (2), описується лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку. Розв'язок цього рівняння має вигляд:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (6)$$

або

$$x = A \cos(\omega t + \varphi'). \quad (7)$$

При цьому повинна здійснюватись умова: $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

Отже, рух систем, що перебувають під дією сили $F = -kx$, являє собою гармонічне коливання.

Зміщення матеріальної точки будемо визначати за формулою (6), тоді швидкість її одержимо у вигляді:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi). \quad (8)$$

І прискорення:

$$a(t) = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi). \quad (9)$$

З порівняння (6) і (8) слідує, що при гармонічному коливальному русі прискорення тіла прямопропорційне зміщенню його від положення рівноваги і має

протилежний йому знак, тобто:

$$a = -\omega^2 x. \quad (10)$$

Виразивши циклічну частоту через період $T = \frac{2\pi}{\omega}$, з (8) і (9) одержимо:

$$v = \frac{2\pi}{T} A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right); \quad a = \frac{4\pi^2}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right). \quad (11)$$

З цих рівнянь зрозуміло, що швидкість і прискорення точки, що коливається, є періодичними функціями, з періодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, тобто з періодом коливального процесу. З рівняння (10) можна зробити такі висновки: 1) прискорення при гармонічних коливаннях пропорційне зміщенню і протилежне до нього за напрямом:

2) відношення $\frac{a}{x} = -\omega^2$ є сталою величиною, оскільки циклічна частота ω

гармонічних коливань даного тіла або системи незмінна.

Розглянемо графіки $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, прийнявши $\varphi=0$. Тоді:

$$v = \omega A \cos \omega t = v_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (12)$$

де ωA відповідає максимальному значенню швидкості і називається амплітудою швидкості,

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t = a_0 \sin(\omega t + \pi), \quad (13)$$

де $\omega^2 A = a_0$ - максимальне значення прискорення, називається амплітудою прискорення. Порівнюючи рівняння (12), (13), можна відзначити, що вони змінюються за однаковим гармонічним законом, однак фаза швидкості відмінна від фази зміщення на $\frac{\pi}{2}$, а фаза прискорення - на π .

На рис. 2 представлені графіки $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, причому час позначається в частках T . Період T відповідає зміні фази на 2π , а час $\frac{T}{4}$ - фазі $\frac{\pi}{2}$.

Гармонічне коливання може бути задане також за допомогою вектора, довжина якого дорівнює амплітуді коливань, а напрям утворює з віссю кут, що дорівнює початковій фазі коливання. Таке графічне зображення коливального процесу називається векторною діаграмою.

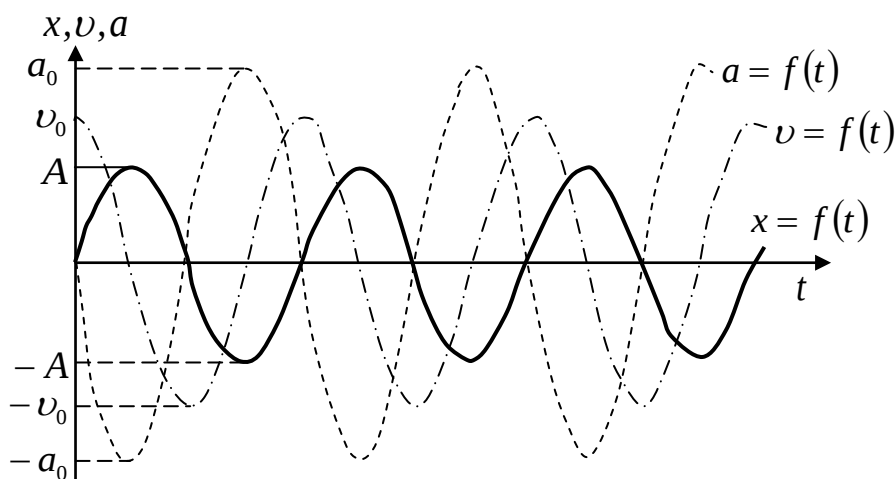


Рис. 2. Графік коливань x , v і a .

Хід роботи

1. Визначити коефіцієнт пружності пружини k , виходячи із співвідношення (1), за умови, що пружина має початкове навантаження m_0 і видовження x_0 , тобто:

$$(m_0 g) = (k x_0); |(m_1 + m_0)g - m_0 g| = |k(x_1 - x_0)|$$

$$|(m_1 + m_2)g| = kx; m_1 g = k\Delta x; k = \frac{m_1 g}{\Delta x},$$

Δx - різниця між кінцевим і початковим видовженнями. Вимірювання проводять для кожної пружини трьома різними тягарцями.

2. Визначити залежність періоду власних коливань пружинного маятника від маси тягарця. Для цього вимірюють секундоміром період T_i власних коливань для однієї з пружин з власними тягарцями. Період T_i визначають з 10-15 повних коливань, змінюючи їх кількість: $T_i = \frac{t_i}{n_i}$.

3. Розрахувати T_i теоретично, за формулою $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, і порівняти з експериментальними значеннями. Пояснити розбіжність результатів.

4. Визначити циклічну частоту ω для різних значень T за формулою $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

5. Визначити початкову фазу коливань системи за формулою (6) за умови $x_{mas} = A$.

6. Побудувати графіки залежностей $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ за формулами (6-9).

7. Результати вимірювання та обчислення занести у табл. 1, табл. 2.

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$m, \text{ кг}$	$\Delta x, \text{ м}$	$k, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$\Delta k, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$
1				
2				
3				
...				

Таблиця 2

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$m, \text{ кг}$	$t, \text{ с}$	n	$T_{\text{експ}}, \text{ с}$	$T_{\text{теор}}, \text{ с}$	δT
1						
2						
3						
...						

$$\delta T = \frac{T_{\text{експ}} - T_{\text{теор}}}{T_{\text{експ}}} \cdot 100\%.$$

Питання для самоконтролю

1. Які коливання називаються: а) періодичними; б) власними і вимушеними; в) гармонічними; г) згасаючими і незгасаючими?
2. Що таке період, частота, циклічна частота, амплітуда, фаза коливань?
3. Які умови виникнення гармонічних коливань?
4. Формули зміщення, швидкості та прискорення гармонічних коливань.

Вивчення коливальних процесів

Мета роботи: дослідити вільні, згасаючі та вимушені коливання, визначити циклічну частоту вільних коливань, логарифмічний декремент згасання згасаючих коливань і дослідити явище резонансу.

Теоретичні відомості

У цій роботі досліджуються вільні, згасаючі і вимушені коливання. Розглянемо ці коливання на прикладі матеріальної точки. Вільні коливання матеріальна точка виконує лише тоді, коли на неї діє сила F , значення якої прямо пропорційне зміщенню x точки від положення рівноваги. Таку силу називають квазіпружною ($F=kx$). За умови, коли крім квазіпружної, на точку діє ще й сила опору, яка прямо пропорційна швидкості v ($F=-rv$), коливання будуть згасаючими. Коливальна система під час таких коливань поступово втрачатиме свою енергію, і амплітуда коливань зменшуватиметься з часом. Якщо ж на матеріальну точку, поряд із двома згаданими силами, діє ще й зовнішня періодична сила $F=F_0\cos\omega_0 t$, тоді коливання будуть вимушеними.

Закони динаміки, які описують ці три види коливань запишемо так:

$$ma=-kx \quad (1)$$

$$ma=-kx-rv \quad (2)$$

$$ma=-kx-rv + F_0\cos(\omega_0 t) \quad (3)$$

де x -зміщення, v - швидкість, a – прискорення точки, що коливається, r – коефіцієнт опору, F_0 і ω_0 – амплітуда і циклічна частота зовнішньої періодичної сили. Врахуємо тепер, що $a=d^2x/dt^2$, $v=dx/dt$. Це дає змогу легко звести рівняння (1) - (3) до вигляду диференціальних рівнянь другого порядку.

Для вільних коливань рівняння (1) буде мати вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

де $\omega_0=\sqrt{k/m}$ – циклічна частота вільних(власних) коливань.

Для згасаючих коливань рівняння (2) буде мати вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (5)$$

де $\beta = \frac{r}{2m}$ – коефіцієнт згасання.

Для вимушених коливань рівняння (3) буде мати вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \cos(\omega_0 t) \quad (6)$$

Розв'язком рівняння (4) є

$$x=A_0\cos(\omega_0 t+\varphi), \quad (7)$$

де A_0 і ω_0 – амплітуда і частота вільних коливань, φ – початкова фаза.

Розв'язком рівняння (5) є

$$x=A_0\exp(-\beta t)\cos(\omega t+\varphi), \quad (8)$$

де A_0 – початкова амплітуда згасаючих коливань, $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ – частота згасаючих коливань.

Розв'язком рівняння (6) є

$$x=A_\text{в}\cos(\omega_\text{в}t-\varphi) \quad (9)$$

де $A_\text{в}$ і $\omega_\text{в}$ – амплітуда і частота вимушених коливань, причому

$$A_\text{в} = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega_\text{в}^2)^2+4\beta^2\omega_\text{в}^2}} \quad (10)$$

Як бачимо, амплітуда згасаючих коливань зменшується з часом за законом експоненти, а амплітуда вимушених залежить від співвідношення частот $\omega_\text{в}$ і ω_0 .

Тепер проаналізуємо рівняння, які описують вимушені коливання. Із (9) і (10) легко бачити, що частота вимушених коливань відповідає частоті $\omega_\text{в}$, а амплітуда коливань $A_\text{в}$ залежить від співвідношення між частотою власних коливань системи ω_0 і частотою зовнішньої збуджувальної сили $\omega_\text{в}$. За наближенням частоти зовнішньої сили до частоти власних коливань зонансистеми амплітуда коливань різко збільшується. Таке явище називається резонансом, а частоту, за якої амплітуда коливань досягає максимального значення, – резонансною. Зі співвідношення (10) і наведених вище міркувань легко довести, що

$$\omega_\text{рез}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}. \quad (11)$$

Отже, резонансна частота завжди менша від частоти власних коливань, якщо в системі діють сили опору. Експериментально $\omega_\text{рез}$ визначають як частоту зовнішньої сили (у цій роботі це частота коливань шатуна), за якої простежується максимум амплітуди коливань.

Частота вільних коливань маятника $\nu = \frac{1}{T} = \frac{n}{t}$, де T – період коливань, n – кількість коливань, t – час, протягом якого виконується n коливань. Циклічна частота:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi n}{t} \quad (12)$$

Для згасаючих коливань їхня амплітуда змінюється за експоненціальним законом (див. (8)):

$$A=A_0\exp(-\beta t). \quad (13)$$

Відношення двох послідовних амплітуд $\theta = \frac{A_n}{A_{n+1}}$ є сталим, не залежить від їхніх значень і називається декрементом згасання. Логарифм цього відношення $\ln\theta$ називається логарифмічним декрементом згасання λ :

$$\lambda = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \ln \frac{A_0 \exp(-\beta t)}{A_0 \exp(-\beta(t+T))} = \ln(\exp(\beta T)) = \beta T \quad (14)$$

В умовах експерименту, коли згасання незначне, користуватись формулою (14) для визначення логарифмічного декременту λ незручно, оскільки різниця послідовних амплітуд невелика. З огляду на це краще вимірювати амплітуди коливань A_1 і A_2 через достатньо великий проміжок часу. Нехай у момент часу t_1 амплітуда згасаючих коливань:

$$A = A_0 e^{-\beta t_1} \quad (15)$$

а в момент часу t_2

$$A = A_0 e^{-\beta t_2} \quad (16)$$

Розділивши почленно ці вирази, одержимо:

$$\frac{A_1}{A_2} = \exp(-\beta(t_1 - t_2)) = \exp(\beta(t_2 - t_1)) = \exp(\beta n T). \quad (17)$$

Після логарифмування

$$\ln \frac{A_1}{A_2} = \beta n T,$$

звідки

$$\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad (18)$$

де β - коефіцієнт згасання, що є фізичною величиною, оберненою до проміжку часу τ , протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів.

Логарифмічний декремент згасання

$$\lambda = \beta T = \frac{1}{n} \ln \frac{A_1}{A_2} \quad (19)$$

- це фізична величина, обернена до кількості коливань n , протягом яких амплітуда коливань зменшується в e разів, $e = 2,72$.

Установка (рис. 1) змонтована на основі 1, що має чотири ніжки, висоту яких можна змінювати (вирівнювати установку). На основі закріплена колонка 3 та електронний блок 2, який складається з мілісекундоміра 8, лічильника періодів 7, електропривода шатуна, кнопок керування. На колонці закріплені два кронштейни. До верхнього кронштейна прикріплені підвіски, в які на підшипниках вмонтовано маятник 6 і шатун. На стержні маятника закріплені переривач світлового потоку та прапорець 5, за допомогою якого змінюють силу опору маятника. Вимушені коливання збуджують за допомогою диска, закріпленого на валу електродвигуна, який коливає шатун, з'єднаний пружиною 4 зі стержнем маятника. До шатуна прикріплений переривач світлового потоку, за допомогою якого визначають частоту шатуна (частоту

змушуваної сили). До нижнього кронштейна прикріплена кутова шкала, за

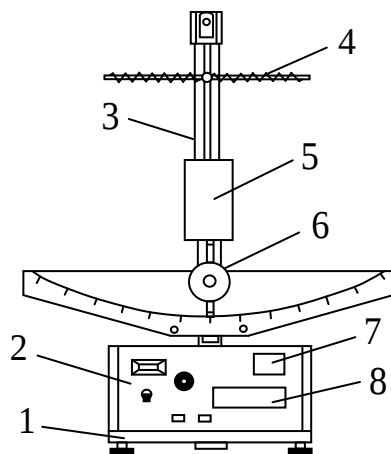


Рис. 1. Фізичний маятник.

допомогою якої визначають амплітуду коливань маятника. У кронштейн вмонтований фотоелектричний датчик, який під час проходження через нього переривача світлового потоку вмикає мілісекундомір та лічильник кількості коливань.

Хід роботи

1. Під'єднайте установку до електромережі та натисніть кнопку „Сеть”.
2. Надайте маятнику коливного руху так, щоб його амплітуда була дещо більшою від початкової A_1 , заданої викладачем.
3. Коли амплітуда дорівнюватиме вказаному значенню, натисніть кнопку „Сброс”. У результаті цього увімкнеться мілісекундомір і лічильник кількості коливань.
4. Коли амплітуда досягне кінцевого значення A_2 , натисніть кнопку „Стоп”. Запишіть дані вимірювання A_1 , A_2 , n , t у табл. 1.
5. За формулою $T_i = \frac{t_i}{n}$ обчисліть період коливань T .
6. За формулою (7) обчисліть коефіцієнт згасання, а за формулою (8) обчисліть логарифмічний декремент згасання.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$A_1, м$	$A_2, м$	n	$t, с$	$T, с$	$\beta, \frac{1}{с}$	λ	$\Delta\lambda$
1								
2								
3								
...								

7. Піднесіть угору переривач світлового потоку на стержні маятника, а переривач світлового потоку на стержні шатуна опустіть у щілину

фотоелектричного датчика. Увімкніть електродвигун, визначте частоту коливань шатуна і максимальну амплітуду коливань маятника для цієї частоти. Вимірювання виконати для різних частот коливань шатуна (зовнішньої сили) до і після досягнення резонансу (не менше семи-дев'яти точок). Результати вимірювань записати в таблицю і зобразити графічно, відклавши по осі абсцис циклічну частоту шатуна, а по осі ординат – амплітуди коливань маятника. Визначити за графіком резонансну частоту $\omega_{\text{рез}}$.

Питання для самоконтролю

1. Що таке гармонічні коливання і які сили можуть спричинити їх появу?
2. Що називається фазою гармонічного коливання?
3. Які коливання називають вимушеними?
4. Запишіть диференціальні рівняння, які описують вільні, згасаючі та вимушені коливання.
5. Що називається логарифмічним декрементом згасання? Як він пов'язаний із коефіцієнтом згасання?
6. Побудуйте графік залежності зміщення від часу для згасаючих коливань.
7. Що таке резонанс і за яких умов він виникає?

Експериментальна перевірка закону Бернуллі

Мета роботи: Перевірити правильність закону Бернуллі для течії води шляхом порівняння витрат води, безпосередньо виміряних в роботі і обчислених за законом Бернуллі.

Опис приладу

Прилад - це трубка із змінним поперечним перерізом (рис. 1), з кожним перетином якої зв'язані вертикальні манометричні трубки 2, з'єднані між собою і з насосом 3 для нагнітання повітря. Міліметрова шкала 4 дає можливість відрахувати різницю тиску в обох перетинах. Трубка шарнірно з'єднана з підвісною 1, яку за допомогою гвинтів 5 встановлюють горизонтально, виконуючи контроль за тиском 6.

Теоретичні відомості

Рівняння Бернуллі перевіряється шляхом порівняння об'ємних витрат води, визначених за законом Бернуллі і виміряних за допомогою мензурки і секундоміра.

Використовуючи закони збереження енергії для стаціонарної течії ідеально нестискальної рідини, Бернуллі одержав рівняння, згідно з яким сума статичного P , гідростатичного ρgh і динамічного тиску $\rho v^2/2$ вздовж будь-якої лінії течії є величина постійна.

$$P + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const} \quad (1)$$

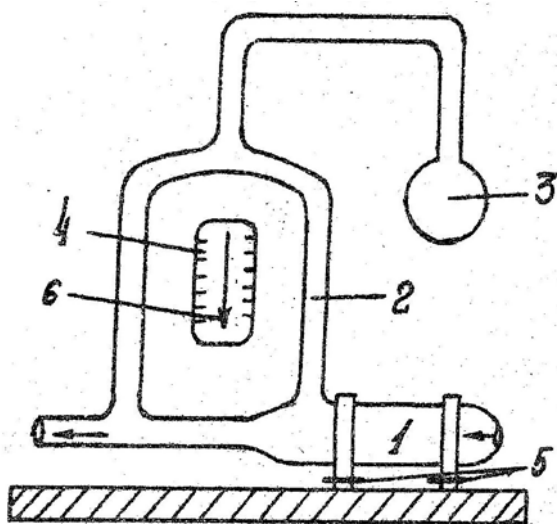


Рис. 1. Прилад для перевірки
закону Бернуллі

Рівняння Бернуллі одержано для ідеальної рідини, але воно достатньо добре описує і рух реальних рідин з малим внутрішнім тертям.

Повторимо, що установка для експериментальної перевірки закону Бернуллі є течією змінного перерізу. В кожному перерізі знаходяться вертикальні манометричні трубки. Знаючи поперечні перерізи і різницю тисків, які вимірюються в перерізах, можна визначити об'єм води, яка щосекундно протікає за течією, а також витрати води. Нехай

поперечні перетини течії води рівні S_1 і S_2 , відповідні швидкості v_1 і v_2 , тиск P_1 і P_2 . Тоді рівняння Бернуллі для горизонтальної течії і умова неперервності потоку запишеться:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}; \quad D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2. \quad (2)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2) відносно v_2 , одержимо:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \frac{D_2^2}{D_1^2})}}. \quad (3)$$

Витрати води (об'єм води, що проходить через переріз за 1 с) можна визначити за формулою:

$$Q = S_2 v_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \frac{D_2^2}{D_1^2})}} \quad (4)$$

Різниця тисків вимірюється манометром:

$$P_1 - P_2 = \rho g H, \quad (5)$$

де ρ - густина води, H - різниця рівнів води в обох трубках манометра.

Підставимо вираз (5) в (4) і, враховуючи, що в установці $D_1 = 22$ мм,

$D_2 = 8,0$ мм ($\frac{D_2^4}{D_1^4} \ll 1$), одержимо робочу формулу для підрахунку витрат води:

$$Q = \frac{\pi D_2^2}{4} \sqrt{2gh}. \quad (6)$$

Безпосередньо витрату води Q розраховуємо як відношення об'єму води V , що натече в мензурку за час t , до часу наповнення:

$$Q = \frac{V}{t}. \quad (7)$$

Порівнюючи витрати води, одержану безпосереднім вимірюванням згідно (7), з витратою води, вирахованою на основі закону Бернуллі згідно (6), можна перевірити його правильність для декількох швидкостей течії води (різних значень h).

Хід роботи

1. З'єднати гумовий шланг, який відходить від широкого перетину трубки, з водопровідним краном, а зливний шланг направити в водозлив.

2. Встановити трубку горизонтально.

3. Частково відкрити водопровідний кран, створити різницю рівнів води в обох трубках манометра 2.

4. Направити водозливний шланг в мензурку, увімкнувши одночасно секундомір. Заповнивши задану частину мензурки, вимкнути секундомір і одночасно відвести водозливний шланг.

5. Аналогічно виміри провести для заданих викладачем рівнів h_1 і h_2 і h_3 , повторюючи досліди 5 разів.

6. Результати вимірів записати в таблицю, вирахувати витрати води Q , Q' , порівняти їх для кожного значення h_1 , h_2 , h_3 . Вирахувати похибки вимірів.

№ п/п	$h, м$	$t, с$	$\Delta t, с$	Q	$T, с$	$\beta, \frac{1}{с}$	λ
1							
2							
3							
...							

Питання для самоконтролю

1. Яку рідину називають ідеальною? Що таке лінія течії, трубка течії, стаціонарний тиск?
2. Сформулюйте і доведіть закон збереження енергії.
3. Сформулюйте і доведіть рівняння Бернуллі.
4. Що таке питома кінетична і питома потенціальна енергія рідини, питома енергія тиску?
5. Виведіть робочу формулу.

Визначення швидкості поширення звуку в повітрі

Мета роботи: вивчення хвильових процесів.

Теоретичні відомості

Коливання і хвилі, що поширюються в різних середовищах і тілах і частоти яких лежать у межах сприймання органом слуху людини, тобто приблизно від 20 до 20000 герц, називаються звуком. Коливання і хвилі з частотами меншими, ніж частоти нижньої межі слуху, називаються інфразвуком, з частотами, більшими від верхньої межі слуху, ультразвуком.

Коливання, що виникають у якійсь точці середовища, не залишаються локалізованими в цій точці, а поширюються середовищем (завдяки наявності пружних зв'язків між частинками середовища).

У твердих тілах звук може поширюватися як у вигляді поздовжніх, так і поперечних хвиль. Поперечні хвилі це такі, в яких напрям коливань перпендикулярний до напрямку розповсюдження коливань. Поперечні хвилі характеризуються співпадінням напрямку коливань із напрямком розповсюдження хвилі.

Оскільки в рідинах і газах не існує деформації зсуву, то в цих середовищах звук поширюється тільки у вигляді поздовжніх хвиль, звукові хвилі тут являють собою згущення і розрідження середовища, що чергуються між собою і віддаляються від джерела звуку з певною швидкістю.

Процес розповсюдження коливань - хвильовий процес. Джерелом хвилі є тіло, що здійснює коливання - вібратор. Сукупність точок певного середовища, що коливається, являє собою хвильове поле. Точки хвильового поля здійснюють вимушені коливання (під впливом вібратора). Необхідно розрізняти два рухи у хвильовому полі: коливальний рух кожної точки і розповсюдження хвилі (зокрема, втягування в коливний рух нових точок середовища).

Фронтом хвилі називається поверхня, до якої в певний момент часу дійшло збурення (тобто поверхня, що розділяє вже збурену частину середовища і ще незбурену її частину). Залежно від форми фронту розрізняють хвилі плоскі, сферичні, циліндричні.

Розглянемо розповсюдження в однорідному середовищі плоскої хвилі, що випромінюється гармонічним вібратором, який знаходиться в точці O (хвиля розповсюджується вздовж осі x).

Якщо покласти початкову фазу коливань вібратора рівною нулю, закон його коливання одержимо у вигляді:

$$x = A \sin \omega t, \quad (1)$$

де x - зміщення коливної точки безпосередньо поблизу вібратора в момент часу t , A - амплітуда, ω - кругова частота вібратора, ωt - фаза коливання.

Якщо середовище не поглинає енергію, амплітуди коливань усіх точок хвильового поля в плоскій хвилі однакові.

Закон коливань будь-якої точки хвильового поля з координатою r можна записати у вигляді:

$$x = A \sin(\omega(t - \tau)), \quad (2)$$

де x - зміщення точки з координатою r в момент часу t , а τ - час запізнення, тобто час, необхідний для того, щоб збурення від точки $r = 0$ дійшло до точки з координатою r . Якщо у довільний момент часу t фаза вібратора ωt , то в той самий момент часу фаза коливань точки з координатою r менша на $\omega \tau$ кутових одиниць. Якщо середовище однорідне, то швидкість хвилі v дорівнює:

$$v = \frac{r}{\tau}. \quad (3)$$

Тоді $\tau = \frac{r}{v}$, а

$$x = A \sin\left(\omega t - \omega \frac{r}{v}\right). \quad (4)$$

Довжиною синусоїдальної хвилі називається найменша відстань між точками, що коливаються з різницею фаз (часто про такі точки говорять, що вони коливаються у фазі). Зміщення двох точок, розділених відстанню λ :

$$\begin{aligned} x_1 &= A \sin\left(\omega t - \omega \frac{r_1}{v_1}\right), \\ x_2 &= A \sin\left(\omega t - \omega \frac{r_2}{v_2}\right). \end{aligned}$$

Якщо координати точок віддалені на відстань λ , то за визначенням довжини хвилі різниця фаз дорівнює:

$$\omega t - \omega \frac{r_1}{v} - \omega t + \omega \frac{r_2}{v} = 2\pi, \quad (5)$$

звідки

$$\frac{\omega}{v}(r_2 - r_1) = 2\pi, \quad (6)$$

де $r_2 - r_1 = \lambda$, і тоді

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} v = \frac{2\pi}{2\pi} T v = T v, \quad (7)$$

де T - період коливання.

Таким чином, довжина хвилі дорівнює шляху, який будь-яка фаза хвилі проходить за один період коливань вібратора, де v - фазова швидкість, тобто швидкість розповсюдження даної фази. Відношення

$$\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{T v} = \frac{2\pi}{\lambda} = k \quad (8)$$

дає визначення хвильового числа k , яке показує число довжин хвиль, що вкладаються на довжині 2π одиниць. Підставляючи ці позначення, одержуємо рівняння плоскої біжучої монохроматичної хвилі:

$$x = A \sin(\omega t - kr). \quad (9)$$

Якщо фаза біжучої хвилі розповсюджується в бік, протилежний додатному напрямку r , і точка з координатою $r = 0$ в момент часу $t = 0$ має фазу ωt , то для точки з координатою r аналогічно (9) одержимо:

$$x = A \sin(\omega t + kr), \quad (10)$$

де kr - фаза випередження.

Всі точки хвильового поля коливаються однаково, тільки початки коливань усіх точок неодночасні.

У реальних умовах, дійшовши до межі двох середовищ, хвиля частково переходить в інше середовище (заломлена хвиля), а частково відбивається (відбита хвиля). У розглядуваному хвильовому полі (при неперервно працюючому вібраторі) буде спостерігатись накладання прямої та оберненої (відбитої) біжучих хвиль. Якщо середовище обмежене з двох боків, то в результаті багаторазових відбивань може виникнути стояча хвиля (яка є частковим випадком інтерференції).

Стоячою хвилею називають стійкий результат накладання двох зустрічних когерентних хвиль. Якщо середовище без втрат і амплітуди всіх точок однакові в біжучій і відбитій хвилях, то їх рівняння запишуться:

$$x_1 = A \sin(\omega t - kr), \quad x_2 = A \sin(\omega t + kr). \quad (11)$$

Склавши ці рівняння почленно, одержимо зміщення у стоячій хвилі:

$$x = x_1 + x_2 = A(\sin(\omega t - kr) + \sin(\omega t + kr)). \quad (12)$$

Використавши відому тригонометричну формулу, одержимо:

$$x = 2A \sin \frac{\omega t - kr + \omega t + kr}{2} \cdot \cos \frac{\omega t - kr - \omega t + kr}{2}. \quad (13)$$

оскільки $\cos$ парна функція, $\cos(-kr) = \cos kr$.

Рівняння стоячої хвилі має вигляд:

$$\begin{aligned} x &= 2A \cos kr \cdot \sin \omega t, \\ x &= a(r) \sin \omega t. \end{aligned} \quad (14)$$

Вираз $a(r) = 2A \cos kr$ має зміст амплітуди коливань точки з координатою r . Очевидно, що точки стоячої хвилі коливаються з різними амплітудами рівняння (14).

Точки, зміщення яких завжди дорівнюють нулю, називаються вузлами стоячої хвилі і задовольняють умову

$$\cos kr = 0, \text{ або } kr = (2n + 1)\frac{\pi}{2}, \quad (15)$$

де n - будь-яке число, звідси координати вузлів повинні задовольняти умову:

$$r = \frac{(2n + 1)\pi\lambda}{2 \cdot 2\pi} = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}. \quad (16)$$

Точки, амплітуди коливань яких максимальні, називаються пучностями стоячої хвилі і задовольняють умову $\cos kr = \pm 1$, або $kr = 2n\frac{\pi}{2}$, звідси координати пучностей:

$$r = \frac{2n\pi\lambda}{2 \cdot 2\pi} = 2n\frac{\lambda}{4}. \quad (17)$$

Як бачимо з (17) і (16) відстань між сусіднім вузлом і пучністю становить $\lambda/4$, а відстань між сусідніми вузлами (пучностями) - $\lambda/2$. Остання називається довжиною стоячої хвилі.

Якщо середовище, від якого відбувається відбивання біжучої хвилі менш густе, то в місці відбивання отримується пучність, якщо більш густе – вузол.

Слід зауважити, що в стоячій хвилі немає переміщення фаз від однієї точки до іншої, немає переносу енергії, немає розповсюдження коливань, з чим пов'язана назва такого типу хвиль.

У біжучій плоскій хвилі усі точки коливаються з однаковою амплітудою, але в різних фазах. На противагу цьому всі точки стоячої хвилі коливаються з різними амплітудами, але в одній і тій самій фазі.

Прилад, що використовується в цій роботі для визначення швидкості звуку, складається з довгої скляної трубки, з одного кінця якої є джерело звукових коливань, а з другого - рухомий поршень. При заданій частоті генератора звукових коливань переміщаючи поршень, знаходимо місця найгучнішого звуку. Це явище називається звуковим резонансом. Воно має місце коли на мембрану джерела звуку попадає пучність стоячої хвилі. В той час при відбиванні від поршня маємо вузол стоячої хвилі. Отже висота повітряного стовпа містить неперне число чвертей довжини хвилі, тобто

$$l = (2n - 1)\frac{\lambda_{зв}}{4}, \quad (18)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots, \lambda_{зв}$ - довжина звукової хвилі. За формулою (7)

$$v = \frac{\lambda_{зв}}{T} = \lambda \cdot \nu, \quad (19)$$

де T - період коливання, ν - частота коливання, або, врахувавши (19),

$$v = \frac{4l\nu}{2n - 1}, \quad (20)$$

де ν - частота звукових коливань, l - довжина повітряного стовпа, n - порядок резонансу.

Хід роботи

1. Включити звуковий генератор для 5-хвилинного прогріву.
2. Задавши певну частоту звукових коливань, переміщати поршень до виявлення місць підсилення звуку - пучностей стоячої хвилі. Записати відповідні значення l та n .
3. За формулою (20) розрахувати ν .
4. Результати вимірювання та обчислення занести у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	ν , Гц	n	l , м	ν , $\frac{м}{с}$	$\Delta\nu$, $\frac{м}{с}$
1					
2					
3					
...					

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення понять: хвильовий процес, хвильове поле, фронт хвилі, довжина хвилі, хвильове число, звук, поперечна і поздовжня хвилі, резонанс.
2. Вивести рівняння біжучої і рівняння стоячої плоскої хвилі.
3. У чому полягає різниця між біжучою і стоячою хвилею?
4. Яку хвилю називають поздовжньою, поперечною?
5. У якому випадку підсилюється звук мембрани, розміщеної біля відкритого краю трубки.

Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання

Мета роботи: засвоїти один із методів визначення коефіцієнта тертя.

Теоретичні відомості

Розрізняють два основні види тертя: внутрішнє і зовнішнє. Внутрішнє тертя у твердих тілах, у газах і рідинах являє собою сукупність різних процесів, що призводять до розсіювання механічної енергії з переходом її в теплову при деформації тіл. У твердих тілах внутрішнє тертя проявляється через нагрів деформованого тіла (ковка, пресовка, дроблення). У рідинах і газах внутрішнє тертя проявляється як в'язкість - опір відносному переміщенню різних шарів речовини.

Зовнішнє тертя - це протидія відносному переміщенню тіл, що дотикаються. Сила протидії - сила тертя - напрямлена вздовж поверхні дотику.

Згідно із законом Амонтона - Кулона сила зовнішнього тертя пропорційна силі нормального тиску N і не залежить від площі поверхні тіл і швидкості відносного руху:

$$F = kN. \quad (1)$$

Коефіцієнт тертя k залежить від матеріалу тіл, що вступають у тертя, від якості обробки поверхонь і від наявності на поверхні забруднень, змазки. Формула (1) придатна лише для приблизного розрахунку сил тертя, оскільки насправді картина тертя значно складніша. Точнішим є закон тертя, встановлений Б. В. Дерягінін:

$$F = k(N + N_0 S), \quad (2)$$

де N_0 - сила адгезії (міжмолекулярного зчеплення між тілами) на одиницю поверхні контакту тіл, що дотикаються; S - поверхня дотику.

Статичним називають тертя між тілами, що перебувають у стані спокою. Нехай на тіло діє сила F , значення якої може змінюватись у широких межах. При малих значеннях сили тіло залишається нерухомим відносно поверхні іншого тіла за рахунок сили F статичного тертя, яка за третім законом Ньютона є силою протидії ($F = -F$) і може набувати будь-яких значень від нуля до деякого максимального значення, за якого тіло зрушується з місця і починає рухатись.

Цю властивість сил статичного тертя називають явищем застою. Причиною статичного тертя є зачеплення нерівностей поверхонь тіл і сили адгезії.

При дії сили $F > F_{max}$ тіло починає рухатись і статичне тертя змінюється кінематичним - тертям між тілами, що рухаються. Сила кінематичного тертя завжди менша, ніж F_{max} . Тому після зрушення з місця тіло рухається з прискоренням, оскільки частина діючої сили F витрачається на надання тілу прискорення. Кінематичне тертя зумовлене низкою причин, починаючи від зчеплення і адгезії і закінчуючи зруйнуванням шорсткостей, нагрівом поверхонь у місці контактів до високих температур, окисненням та іншими причинами,

теоретичне врахування яких практично неможливе. Тому й немає точного закону тертя і доводиться доповнювати недолік теорії багатьма дослідженнями, в яких визначаються експериментально коефіцієнти тертя для різних пар матеріалів, що вступають у тертя, за різних тисків і швидкостей руху. Результати цих дослідів наведені в довідниках у вигляді графіків і таблиць.

У цій роботі проводять вимірювання коефіцієнта тертя ковзання для того часткового випадку, коли сила тертя ковзання не змінюється із зміною швидкості, а залишається рівною максимальній силі статичного тертя (що має місце для деяких спеціально оброблених поверхонь).

У роботі використовується трибометр - горизонтальний столик (рис. 1). Однією з поверхонь, що підлягають тертю, є поверхня столика, а іншою - поверхня бруска. Нехай N - сила нормальної реакції, яка дорівнює силі нормального тиску бруска на столик $N = m_1 g$, P - сумарна сила ваги важка і чашки. Різниця сил $P - F_{mp}$ є силою, що рухає брусок по поверхні столика. За другим законом Ньютона

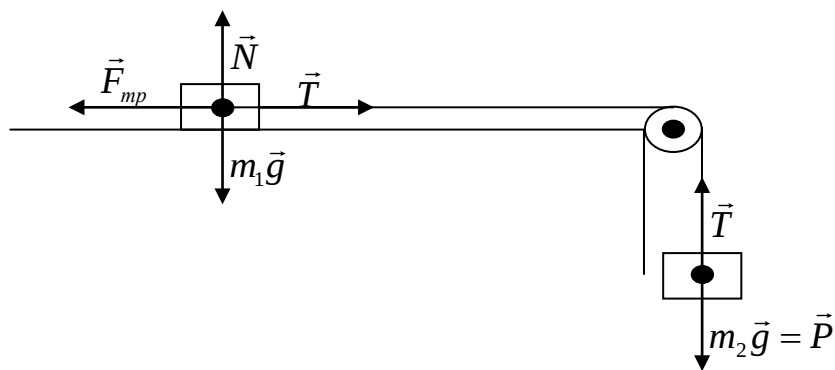


Рис. 1. Схема трибометра.

$$P - F_{mp} = ma, \quad (3)$$

де a - прискорення рухомої маси, m - сумарна маса, що рухається, яка дорівнює $m = (m_1 + m_2)$, тоді:

$$m_2 g - F_{mp} = (m_1 + m_2) a. \quad (4)$$

Прискорення a можна визначити експериментально. Якщо за час t брусок переміститься на відстань l , то, враховуючи, що $l = \frac{at^2}{2}$, знайдемо:

$$a = \frac{2l}{t^2}. \quad (5)$$

З формули (4) і (5) одержимо:

$$F_{mp} = m_2 g - (m_1 + m_2) \cdot \frac{2l}{t^2}. \quad (6)$$

Звідси визначаємо коефіцієнт тертя ковзання

$$k = \frac{F_{mp}}{N} = \frac{F_{mp}}{m_1 g}. \quad (7)$$

Хід роботи

1. Визначити масу досліджуваного бруска m_1 і силу нормальної реакції, рівну силі нормального тиску, $N = m_1 g$.
2. Визначити масу чашки.
3. Покласти брусок на строго горизонтально встановлений трибометр і, навантажуючи чашку рівноважками, домогтися прискореного руху бруска.
4. Секундоміром виміряти час t , протягом якого брусок переміщається рівноприскорено на відстань l .
5. За формулою (6) визначити F_{mp} , а за формулою (7) - коефіцієнт тертя ковзання.
6. Повторити досліди для різних m , накладаючи на брусок додаткові важки.
7. Результати вимірювання та обчислення занести у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	m_1 , кг	m_2 , кг	l , м	t , с	F_{mp} , Н	k	Δk
1							
2							
3							
...							

Завдання науково - дослідного характеру: дослідити, чи залежатиме k від швидкості руху бруска.

Питання для самоконтролю

1. Дати означення різним видам тертя.
2. Вивести робочу формулу для визначення коефіцієнта тертя.

Визначення модуля Юнга за прогином стержня

Мета роботи: вивчення пружних властивостей твердих тіл.

Теоретичні відомості

Молекули, з яких складаються всі речовини, являють собою складні системи рухомих електричних зарядів. Основна маса і весь позитивний заряд молекули зосереджені в її атомних ядрах, що мають лінійні розміри порядку $10^{-15} - 10^{-14}$ м. Навколо цих ядер по певних стійких орбітах рухаються від'ємно заряджені частинки - електрони. Діаметри електронних орбіт порядку 10^{-10} м, тобто в десятки тисяч раз перевищують діаметри ядер. Атоми й молекули є досить стійкими системами, що різко піддаються деформації. Ця стійкість зумовлена тим, що стани атомів і молекул не можуть змінюватись неперервно, а можуть набувати лише дискретний ряд значень. Перехід атома з одного можливого стану в інший пов'язаний з порівняно великою зміною його енергії.

Молекула в цілому, звичайно, електрично нейтральна, суми додатних і від'ємних її зарядів рівні між собою. Завдяки такій компенсації зарядів різного знака електричне поле за межами молекули досить швидко зменшується з відстанню. Практично воно дорівнює нулю в жодній відстані двох-трьох діаметрів молекули (діаметрів її електронної оболонки).

Тому при зближенні двох молекул, поки відстань r між їх центрами велика, порівняно з їх діаметрами d , сили взаємодії між молекулами дуже малі (рис. 1, а).

При подальшому зближенні, на відстань порядку двох-трьох молекулярних діаметрів починає поступово проявлятися взаємодія електричних зарядів ядер і електронних оболонок молекул. Завдяки притягання різноименних й відштовхуванню однойменних зарядів відбудеться незначна деформація обох взаємодіючих молекул, так щомиттєвий розподіл зарядів у молекулі стане приблизно таким, як це показано на рис. 1, б. У результаті між молекулами виникають сили притягання $F_{\text{прит}}$.

У міру подальшого зближення молекул деформація молекул і значення сил притягання $F_{\text{прит}}$ будуть зростати. Однак, коли молекули підійдуть щільно одна до одної й будуть дотикатися своїми електронними оболонками, подальше зближення стане неможливим. Між електронними оболонками виникнуть сили відштовхування, що різко зростають в міру подальшого взаємного проникнення оболонок. На таких відстанях молекули будуть відштовхувались, як це зображено на рис. 1, в. Абсолютна величина сил взаємодії суттєво залежатиме від будови розглядуваних конкретних взаємодіючих молекул.

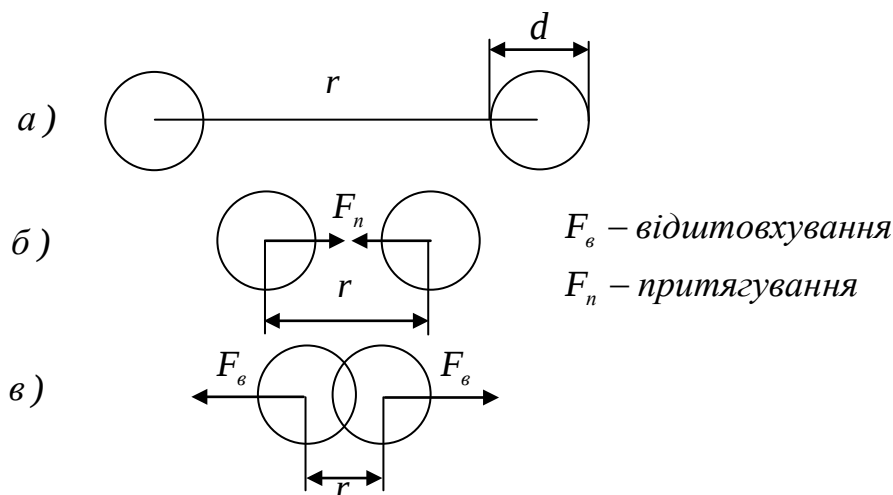


Рис. 1. Взаємодія електричних зарядів ядер і електронних оболонок молекул залежно від відстані між ними.

На рис. 2 зображено наближену залежність молекулярних сил взаємодії F від r , значення $F < 0$ відповідають силам притягання, а значення $F > 0$ - силам відштовхування. На деякій, характерній для даної пари молекул відстані r_0 притягання й відштовхування зрівноважуються і результативна сила взаємодії обертається в нуль: $F(r_0) = 0$. Ця відстань r_0 відповідає положенню рівноваги, в якому можуть перебувати взаємодіючі молекули за відсутності теплового руху.

При незначній зміні взаємної відстані між молекулами від величини r до $r + \Delta r$ сили взаємодії будуть здійснювати роботу:

$$\Delta A = F \cdot \Delta r. \quad (1)$$

Отже, потенціальна енергія взаємодії молекул змінюватиметься на величину ΔU , яка дорівнює:

$$\Delta U = -\Delta A = -F \cdot \Delta r. \quad (2)$$

Виберемо початок відліку для значень енергії взаємодії при $r = \infty$, коли молекули віддалені одна від одної настільки, що їх взаємодією можна повністю знехтувати. При $r = \infty$ потенціальна енергія дорівнює

$$U_{(\infty)} = 0. \quad (3)$$

За поступового зменшення r ($\Delta r < 0$) молекули зближуються і між ними з'являються сила притягання ($F < 0$). Ці сили під час зближення здійснюють додатну роботу ($\Delta A = F \cdot \Delta r > 0$), потенціальна енергія взаємодії згідно з (2) поступово зменшується. При вибраному нами згідно з (3) початку відліку потенціальна енергія U буде від'ємною і при $r = r_0$ досягне свого найнижчого значення $U(r_0) = U_{min}$. При переході через положення рівноваги r_0 і подальшому зближенні молекул між ними виникнуть сили відштовхування. $F > 0$ - робота,

здійснювана проти цих сил, буде від'ємною ($\Delta A = F \cdot \Delta r < 0$), і потенціальна енергія взаємодії почне швидко зростати.

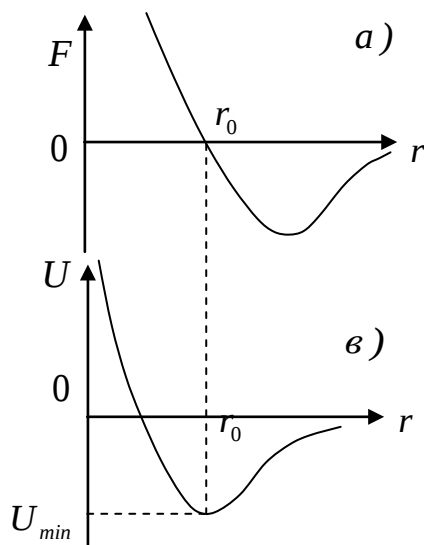


Рис. 2. Залежність молекулярних сил взаємодії від відстані між молекулами.

Як видно з рис. 2, крива потенціальної енергії має характерний вигляд "потенціальної ями". Найбільшу глибину ця потенціальна яма має в положенні рівноваги при $r = r_0$:

$$F = 0, \quad U = U_{min} < 0. \quad (4)$$

Отже, стійко положення взаємодіючих молекул відповідає:

1) найменшому значенню потенціальної енергії взаємодії молекул $U(r_0) = U_{min}$. Це загальне положення: система є стійкою, якщо вона має мінімальний запас енергії;

2) рівності нулю сил взаємодії між молекулами при $F(r_0) = 0$, зменшення r призводить до появи сил відштовхування (U згідно з (3) зростає, оскільки $F > 0$, $\Delta r < 0$), збільшення r призводить до появи сил притягання (U також зростає, оскільки $F < 0$ при $\Delta r > 0$).

За малих відносних деформацій $|\Delta r| = |r - r_0| \ll r_0$ у той чи інший бік криволінійну залежність взаємодії між сусідніми атомами $f(r)$ можна практично замінити прямою лінією. Нахил цієї дотичної до кривої:

$$\frac{\Delta f}{\Delta r} = \left(\frac{df}{dr} \right)_{r=r_0} = -k, \quad (5)$$

залежить від конкретного вигляду закону взаємодії атомів даної речовини. Отже, за малих зміщень атома з положення рівноваги на нього буде діяти сила

$$f(r) = f(r_0) + \Delta f = 0 + \Delta f = -k\Delta r, \quad (6)$$

під дією якої він повинен буде повернутись у положення рівноваги.

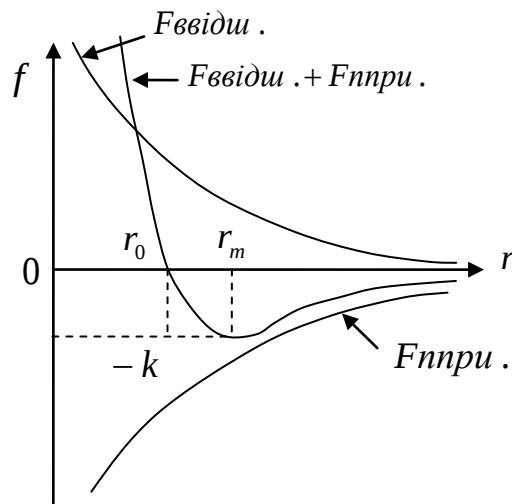


Рис. 3. Залежність сили взаємодії між атомами.

Розглянемо стержень довжиною l і площею поперечного перерізу S . Умовно розділимо його на ряд паралельних ланцюжків атомів (рис.4).

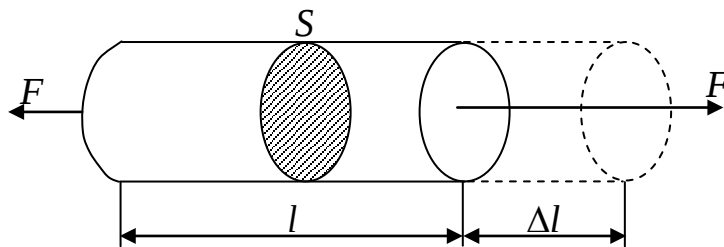


Рис. 4. Модель стержня довжиною l .

Число ланцюжків, що припадає на одиницю поперечного перерізу, позначимо через n_0 . При діаметрах атомів d площа, яку займав один атом у перерізі $\approx d_0^2$, $n_0 \approx \frac{1}{d^2}$. Якщо стержень рівномірно розтягнути на довжину $\Delta l \ll l$, то відстань між кожною парою сусідніх атомів видовжиться на пропорційну величину $\Delta r = \frac{\Delta l}{l} r_0$. Вздовж кожного ланцюжка з'являться перешкоджаючі цьому сили, й по всьому перерізу виникне пружна сила

$$F_{np} = f n_0 S = k n_0 r_0 \frac{\Delta l}{l} S. \quad (7)$$

Ця сила намагається повернути стержень у вихідне положення. Для утримання стержня в розтягнутому стані до нього слід прикласти точно таку ж силу $F = -F_{np}$. Коефіцієнт пропорційності $k n_0 r_0$ формули (7) називається модулем

Юнга, а сама формула (7) дає відомий закон Гука:

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l}, \quad (8)$$

$$\text{де } \sigma = \frac{F}{S}. \quad (9)$$

Відносне видовження $\frac{\Delta l}{l}$ прямо пропорційне прикладеній механічній напрузі.

З формули (8, 9) модуль Юнга

$$E = \frac{Fl_0}{S\Delta l}. \quad (10)$$

Якщо видовження $\Delta l = l_0$, то

$$E = \frac{F}{S}, \quad (11)$$

модуль Юнга являє собою таку силу, віднесену до одиниці площі (нормальну напругу), яка змінює початкову довжину тіла вдвоє, якщо би при цьому здійснювався закон Гука. Слід підкреслити, що лише гуму можна розтягнути у два рази. Для всіх інших тіл, перш ніж їх довжина збільшиться вдвоє, буде перейдена межа пружності, і вони розірвуться.

Модуль Юнга має велике значення в техніці, тому що дає змогу порівнювати пружні властивості різних тіл. Він виражається $\frac{H}{M^2}$, тобто силу визначають у ньютонках, а площу поперечного перерізу у квадратних метрах. (У літературі трапляються й інші одиниці - $\frac{KГс}{мм^2}$, $\frac{дн}{см^2}$).

Опис приладу

Якщо ми маємо прямокутний стержень шириною B і товщиною D , який підтримується двома загостреними опорами, і якщо посередині нього діє сила F , то, як показують теоретичні розрахунки, модуль Юнга визначається з такої формули:

$$E = \frac{F \cdot L^3}{4BD^3l}, \quad (12)$$

$$F = mg,$$

де L - відстань між опорами, які підтримують стержень, l - величина стрілки прогину, тобто та відстань, на яку опуститься точка, прикладена сили, що діє на середину стержня.

Прилад для визначення модуля Юнга за прогином стержня (рис. 5) складається з міцної станини, по якій можуть переміщатися дві масивні опори

(колонки).

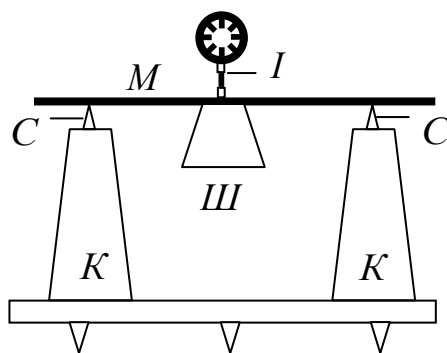


Рис. 5. Схема установки для вимірювання модуля Юнга за прогином стержня.

Зверху на цих колонках укріплені сталеві накладки C у вигляді призм. На ребра цих призм і кладуть досліджуваний стержень.

(У цій роботі використовується спосіб, коли стержень вільно лежить на гострих опорах). Важки поміщають на шальку, скріплену зобоймою M , яка своїм гострим краєм натискує на стержень у його середній частині.

Хід роботи

1. Масштабною лінійкою визначають довжину стержня L , тобто відстань між ребрами опорних призм C , з точністю до 1 мм .

2. Мікрометром вимірюють у різних місцях стержня його ширину B і товщину D з точністю до $0,01\text{ мм}$.

3. Вимірювання стріли прогину l за допомогою індикатора здійснюється так (рис. 6):

а) на шальку необхідно накласти всі 4 тягарці;

б) ніжку індикатора довести до дотику (досить точно) з обоймою M ;

в) обертаючи шкалу індикатора, поставити нуль шкали напроти стрілки індикатора (це і буде початок відліку стрілки прогину стержня);

г) знімаючи один тягарець, відраховуємо стрілу прогину в міліметрах ($0,01\text{ мм} \cdot n$, де n - число поділок шкали) при навантаженні 200 г , ціна поділки шкали індикатора - $0,01\text{ мм}$.

д) потім, послідовно знімаючи наступні тягарці, визначаємо стрілку прогину l при двох тягарцях, 3-х, 4-х (відраховуємо навантаження за кількістю знятих з шальки тягарців). Вага кожного тягарця 200 г .

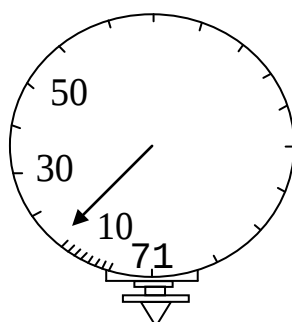


Рис. 6. Індикатор (ціна поділки індикатора 0,01 мм).

4. Кожне значення l для відповідного тягарця підставляємо в робочу формулу (12) і знаходимо модуль Юнга.
5. За одержаними значеннями модуля пружності знайти його середнє значення та обрахувати похибки.
6. Результати вимірювання та обчислення занести в табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$m, \text{ кг}$	$F, \text{ Н}$	$L, \text{ м}$	$B, \text{ м}$	$D, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	$E, \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$	$\Delta E, \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$
1								
2								
3								
...								

Питання для самоконтролю

1. Пояснити виникнення пружних деформацій під час розтягу твердого тіла.
2. Сформулювати закон Гука та визначення модуля Юнга.

Визначення модуля Юнга за розтягом дротини

Мета роботи: вивчення механічних властивостей металів.

Опис приладу

Для визначення модуля Юнга за розтягом дротини використовується прилад Лермантова (рис. 1). Він складається з кронштейна K , на якому закріплена досліджувана дротина D . В одній площині з дротиною до кронштейна прикріплені ще дві вертикальні дротини, що закінчуються внизу перекладиною з гачком. Коли проводиться дослід, гачок тримає важки B , якими користуються для видовження досліджуваної дротини. Відразу ж після розвантаження дротини важки перекладають на гачок. Цим досягають сталого навантаження верхнього кронштейна, а отже, і його сталого прогину та уникають похибки під час вимірювання видовження навантаженої дротини. Така похибка могла б виникнути внаслідок того, що до видовження дротини додавалася б деформація кронштейна. Для визначення видовження дротини Δl використовують кронштейн з пристроями.

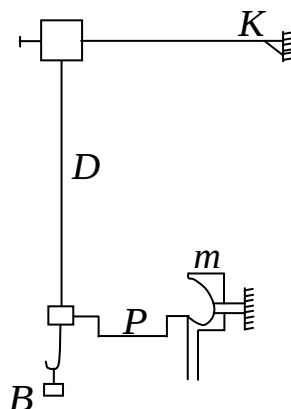


Рис. 1.Схема установки.

Важіль, на якому закріплено рівень P для визначення горизонтального положення, одним кінцем спирається на дротину, а другим - на мікрометричний гвинт мікрометра m . За відсутності навантаження на дротину важіль повинен бути розташований у горизонтальному положенні. Встановлення важеля в горизонтальне положення здійснюється обертанням барабана мікрометра і контролюється бульбашковим рівнем P . Якщо підвісити на гачок тягар, то горизонтальне положення важеля порушиться. Опускаючи мікрометричний гвинт вниз - обертанням барабана - знову досягають і горизонтального положення важеля. За різницею показів мікрометра перед навантаженням і після навантаження визначають абсолютне видовження дротини Δl . Знаючи початкову довжину дротини l_0 її діаметр (для визначення площі поперечного перерізу $S = \frac{\pi d^2}{4}$) і вагу

тягарця, обчислюють модуль Юнга.

З формул (8, 9)(див. лабораторну роботу №23) модуль Юнга

$$E = \frac{Fl_0}{S\Delta l}, \quad (1)$$

$$F = mg.$$

Модуль Юнга становить собою таку силу, віднесену до одиниці площі (нормальну напругу), яка змінює початкову довжину тіла вдвоє, якщо би при цьому здійснювався закон Гука. Слід підкреслити, що лише гуму можна розтягнути у два рази. Для всіх інших тіл, перш ніж їх довжина збільшиться вдвоє, буде перейдена межа пружності, і вони розірвуться.

Хід роботи

1. За відсутності навантаження на дротину встановити важіль у горизонтальне положення і записати показ на шкалі мікрометра (x_1).
2. Виміряти початкову довжину дротини (l_0).
3. Перекласти один важок певної ваги з перекладини на гачок, закріплений у передній частині важеля.
4. Обертаючи барабан мікрометра, досягти горизонтального положення важеля і знову записати показ на шкалі мікрометра (x_2).
5. Старанно виміряли діаметр дротини (d) мікрометром. Діаметр перевірити в різних місцях (всього потрібно робити не менше шести-десяти вимірювань). Для обчислень взяти середнє значення.
6. Збільшуючи навантаження, повторити аналогічні дослідження 4-5 разів.
7. Модуль Юнга вирахувати за формулою (1). Знайти середнє значення модуля Юнга і обчислити похибки. Результати вимірювань та обчислень занести у звітну табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювань та обчислень

№ п/п	$d, \text{ м}$	$S, \text{ м}^2$	$m, \text{ кг}$	$F, \text{ Н}$	$l_0, \text{ м}$	$\Delta l, \text{ м}$	$E, \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$	$\Delta E, \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$
1								
2								
3								
...								

Питання для самоконтролю

1. Дати пояснення пружним деформаціям.
2. Сформулювати закон Гука.
3. Дати визначення модуля Юнга.

Визначення коефіцієнта тертя кочення

Мета роботи: експериментально визначити коефіцієнти кочення для різних матеріалів.

Теоретичні відомості

Під час кочення тіла, яке має криволінійну поверхню, по другому тілу з плоскою чи криволінійною поверхнею виникає опір, який називається тертям кочення. Природа тертя кочення інша, ніж природа тертя ковзання. Опір кочення залежить від пружних властивостей матеріалу тіл, кривизни їх поверхонь і нормальної сили, яка діє між тілами.

Розглянемо два тіла- циліндр 1 та площину 2 (рис.1). Циліндр притискається до площини силою $\vec{P}$. Оскільки тіла 1 і 2 неабсолютно тверді, у зоні їх стикання під дією сили $\vec{P}$ виникає деяка ділянка зминання. Згідно з теорією пружності (теорія Беляєва – Герца) у зоні зминання напруга розподіляється за еліптичним законом (рис.1,а). Рівнодійна цих напруг $\vec{N}$ дорівнюватиме за значенням і буде протилежною за напрямом силі $\vec{P}$ і діятиме по одній лінії з нею. Прикоченні циліндра діаграма напруг зміниться (рис. 1, б). На ділянці *bc* буде зона наростаючих деформацій, а на ділянці *ab* зона зникаючих деформацій. Зона зникаючих деформацій одержується внаслідок гістерезису (пружної післядії), частина деформацій зберігається і після того, як зникла причина, що зумовила деформацію. У зоні наростаючих деформацій нормальні напруги будуть більші, ніж у зоні зникаючих деформацій. Рівнодійна цих напруг, рівна за значенням вазі тіла, буде зміщена від осі циліндра вперед на величину K . Цю величину називають коефіцієнтом тертя кочення. Таким чином, при перекочуванні тіла необхідно переборювати момент M_{mp} , який дорівнює:

$$M_{mp} = P \cdot k. \quad (1)$$

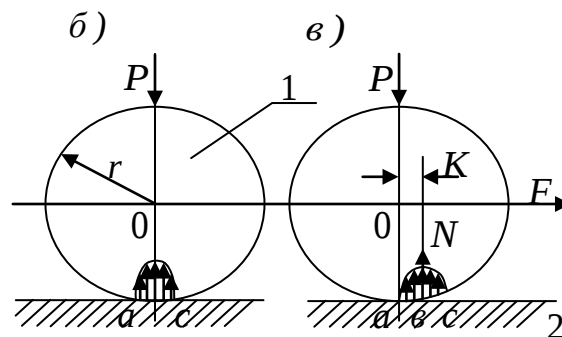


Рис. 1. Сили, які діють на циліндр.

Для переборювання моменту сили тертя кочення необхідно, щоб момент

сили F , який діє в горизонтальній площині на висоті осі циліндра, дорівнював моменту сили тертя кочення:

$$F \cdot r = P \cdot k, \text{ або } F = \frac{P \cdot k}{r}, \quad (2)$$

де r - радіус циліндра.

Опис установки

Основним елементом установки для визначення коефіцієнта тертя кочення є циліндр A , який розміщений на плоскій сталій плиті B (рис. 2). Циліндр закріплений в обоймі C , яка має стержні D та E . Перший є стрілкою до шкали H . На нижньому стержні кріпиться тягар. Рухома частина установки може бути названа маятником, від положення рівноваги він починає здійснювати згасаючі коливання. Вісь циліндра при цьому рухається поступово, сам циліндр обертається навколо своєї осі.

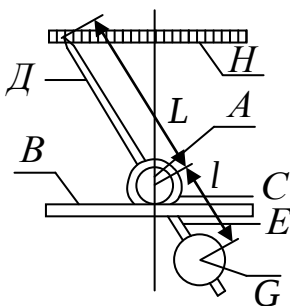


Рис. 2.Схема установки.

Відхилення стрілки на шкалі (рис. 3) складатиметься з двох відхилень:

$$a_1 = r \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (3)$$

де α - кут повороту циліндра, r - його радіус, a_1 - відхилення осі циліндра внаслідок поступального руху:

$$a = L \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (4)$$

де L - відстань від осі циліндра до шкали, a_1 - відхилення, зумовлене обертанням циліндра навколо осі. Сумарне відхилення дорівнюватиме:

$$S = r \cdot \operatorname{tg} \alpha + L \cdot \operatorname{tg} \alpha = a \left(1 + \frac{r}{L} \right). \quad (5)$$

При $r \ll L$ можна знехтувати величиною $\frac{r}{L}$, враховуючи тільки відхилення за шкалою $S = a = L \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

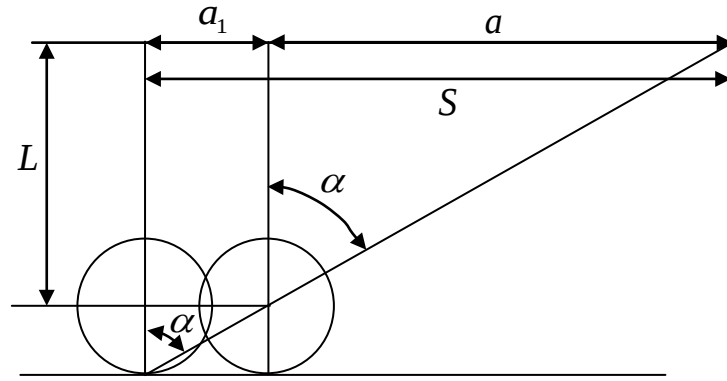


Рис. 3. Схема відхилення стрілки маятника.

Якщо $\alpha \ll 5^\circ$, то для початкового відхилення a_0 , α_0 відхилення після n повних періодів коливань (a_n , α_n) дорівнюватиме:

$$\alpha_0 = \frac{a_0}{L}; \alpha_n = \frac{a_n}{L}. \quad (6)$$

Зменшення кута відхилення за відоме число періодів коливання маятника дає змогу вирахувати коефіцієнт тертя кочення. Підкладаючи під циліндр плоскі пластинки з різних матеріалів, можна визначити коефіцієнти тертя кочення для різних пар матеріалів.

Виведення робочої формули

Виведемо формулу для визначення коефіцієнта тертя кочення на описаній установці. Вважаючи, що коефіцієнт тертя кочення залежить від швидкості руху маятника, використаємо закон збереження енергії. При початковому відхиленні маятника на кут α_0 його потенціальну енергію можна представити у вигляді (рис.4):

$$E_0 = Ph_0 = Pl(1 - \cos \alpha_0), \quad (7)$$

де h_0 - вертикальне переміщення точки центра ваги маятника, l - відстань від осі обертання маятника до його центра ваги.

Через один повний період потенціальна енергія маятника буде:

$$E_1 = Pl(1 - \cos \alpha_1), \quad (8)$$

де α_1 - кут, на який відхилився маятник через T секунд.

Зменшення потенціальної енергії за один повний період буде:

$$\Delta E = Pl(1 - \cos \alpha_0) - Pl(1 - \cos \alpha_1) = 2Pl \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} - 2Pl \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}. \quad (9)$$

Розглядаючи тільки малі коливання, для яких можна вважати, що

$$\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} \quad (\alpha \approx 5^\circ), \text{ одержимо:}$$

$$\Delta E = 2Pl \frac{\alpha_0^2}{4} - Pl \frac{\alpha_1^2}{4} = \frac{Pl}{2} (\alpha_0^2 - \alpha_1^2). \quad (10)$$

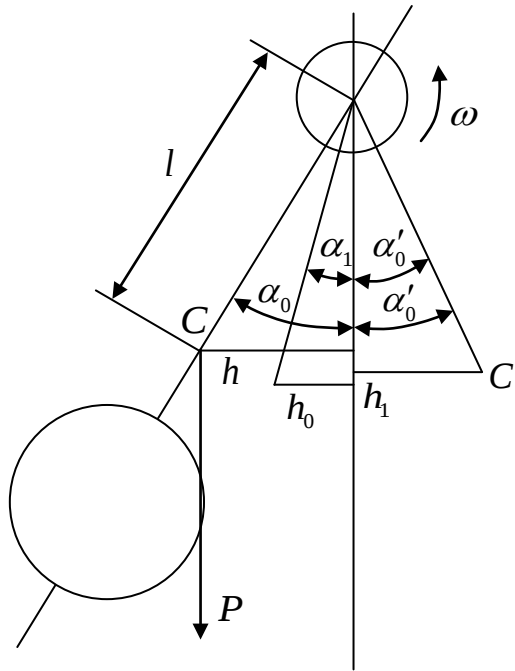


Рис. 4. кутове відхилення маятника.

З іншого боку, зміна енергії за повний період коливання маятника дорівнюватиме роботі сил тертя кочення (силами опору повітря нехтуємо) також за повний період коливання:

$$\Delta A = Pk(\alpha_0 + \alpha'_0 + \alpha'_0 + \alpha_1), \quad (11)$$

де α'_0 - кут відхилення після одного півперіоду коливання, k - коефіцієнт тертя кочення.

Виключимо з цього рівняння α'_0 . Нехай $\Delta\alpha$ - зменшення кута відхилення за 1 півперіод, тоді:

$$\alpha'_0 = \alpha_0 - \Delta\alpha, \quad \alpha'_0 = \alpha_1 + \Delta\alpha. \quad (12)$$

З (11) та (12) одержимо:

$$\Delta A = Pk(\alpha_0 + \alpha_0 - \Delta\alpha + \alpha_1 + \Delta\alpha + \alpha_1) = 2Pk(\alpha_0 + \alpha_1). \quad (13)$$

Прирівнюючи між собою вирази (10) та (13), одержимо:

$$\frac{Pl}{2} (\alpha_0^2 - \alpha_1^2) = 2Pk(\alpha_0 + \alpha_1),$$

$$\text{звідки } k = \frac{l}{4} (\alpha_0 - \alpha_1).$$

Для повних коливань будемо мати:

$$k = \frac{l}{4n}(\alpha_0 - \alpha_n). \quad (14)$$

Підставивши в цю формулу $\alpha_0 = \frac{a_0}{L}$ та $\alpha_n = \frac{a_n}{L}$, одержимо робочу формулу:

$$k = \frac{l}{4Ln}(\alpha_0 - \alpha_n). \quad (15)$$

Хід роботи

1. Для обчислення за формулою(15) необхідно виміряти:

а) початкове відхилення маятника a_0 (за шкалою);

б) його відхилення a_n через n повних коливань (за шкалою);

в) величини L та l (масштабною лінійкою).

2. Для знаходження положення центра ваги маятник встановлюється на тригранну призму. Домігшись рівноваги маятника, вимірюють відстань від осі коливання до ребра призми.

3. Якщо час згасання дуже великий, зручно визначити спочатку період коливання, а потім фіксувати час, за який початкове відхилення a_0 зменшилось до a_n ; n

визначити як $n = \frac{t}{T}$.

4. Результати вимірювання та обчислення записати у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$L, м$	$l, м$	n	$a_0, м$	$a_n, м$	k	Δk
1							
2							
3							
...							

Питання для самоконтролю

1. Від чого залежать сили тертя? Їх природа.

2. Сили пружності.

3. Коефіцієнт тертя кочення.

4. Момент сил тертя кочення.

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного фізичного маятника

Метароботи: вивчення фізичного маятника.

Теоретичні відомості

Фізичним маятником називається тверде тіло, закріплене на нерухомій горизонтальній осі, що не проходить через центр ваги, яке здійснює коливання відносно цієї осі під дією сили тяжіння.

На відміну від математичного маятника, масу такого тіла неможна вважати точковою. При невеликих кутах відхилення α , коли можна вважати, що

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad (1)$$

фізичний маятник здійснює гармонічні коливання. Вважатимемо, що сила ваги фізичного маятника прикладена до його центра ваги c (рис. 1). Силою, яка повертає маятник у положення рівноваги, у даному випадку буде складова сили ваги - сила F . Момент цієї сили відносно осі O :

$$M = -FL = -mgL \cdot \sin \alpha. \quad (2)$$

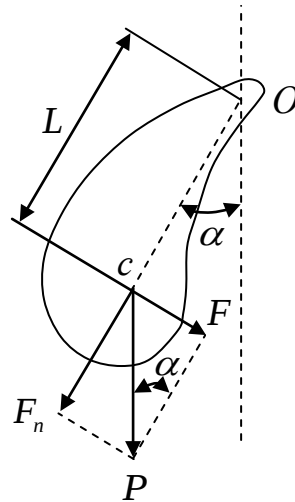


Рис. 1. Фізичний маятник.

Знак моменту сили F відносно осі O протилежний знаку кута повороту маятника і знаку $\sin \alpha$, оскільки при віддаленні маятника з положення рівноваги на кут α за годинниковою стрілкою сила намагається повернути маятник у напрямі проти годинникової стрілки, і навпаки. Обертальний момент M згідно з основним рівнянням динаміки обертового руху дорівнює:

$$M = I\varepsilon = I \frac{d^2 \alpha}{dt^2}, \quad (3)$$

де I - момент інерції маятника, ε - його кутове прискорення. Тоді, прирівнюючи рівняння (2) і (3),

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha, \quad (4)$$

або

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \alpha = 0. \quad (5)$$

І врахувавши умову гармонійності коливань (1),

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgL}{I} \alpha = 0. \quad (6)$$

Рівняння (6) є диференціальним рівнянням коливань фізичного маятника. Якщо за аналогією з розв'язком рівняння для математичного маятника покласти

$$\frac{mgL}{I} = \omega_0^2, \quad (7)$$

де ω_0 - циклічна частота

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}; \quad (8)$$

T - період коливань, тоді з рівнянь (7) і (8):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}. \quad (9)$$

Якщо позначити:

$$\frac{I}{mL} = l, \quad (10)$$

то формула (9) запишеться:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (11)$$

Співвідношення (10) визначає приведену довжину фізичного маятника, тобто довжину такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду даного фізичного маятника.

Оборотний фізичний маятник складається з металічного стержня, вздовж якого можуть переміщатись важки, і опорних призм для підвісу маятника (рис. 2). Для періодів коливань маятника T_1 і T_2 при його підвішуванні на одній, а потім на другій призмах, згідно з формулою (9) можна записати:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{mgL_1}},$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{mgL_2}},$$
(12)

де L_1 і L_2 -відстані між точками опори і центром ваги маятника c (рис. 2), I_1 , I_2 -моменти інерції маятника відносно точок опори.

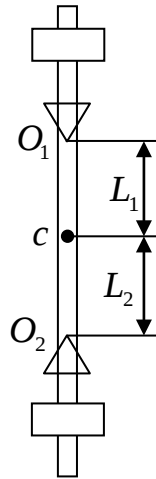


Рис. 2. Оборотний фізичний маятник.

За теоремою Штейнера:

$$I_1 = I_0 + mL_1^2,$$

$$I_2 = I_0 + mL_2^2,$$
(13)

де I_0 - момент інерції маятника відносно осі, що проходить через центр інерції тіла. З формул (12), врахувавши (13), одержимо:

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{mgL_1} (I_0 + mL_1^2),$$

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{mgL_2} (I_0 + mL_2^2).$$
(14)

Підставляючи I_0 з першої рівності в другу, одержимо:

$$g = \frac{4\pi^2(L_1^2 - L_2^2)}{L_1T_1^2 - L_2T_2^2}.$$
(15)

Якщо T_1 і T_2 рівні, то тодімають бути рівні і їх приведені довжини(з рівнянь (10), (12), (13)) тобто $L_1 = L_2 = L_{12}$:

$$L_{12} = \frac{I_0 + mL_1^2}{mL_1} = \frac{I_0 + mL_2^2}{mL_2}, \quad (16)$$

звідки одержимо (використавши праву рівність):

$$I_0 = mL_1 L_2. \quad (17)$$

Підставивши рівняння (17) у праву рівність рівняння (16), одержимо:

$$L = L_1 + L_2. \quad (18)$$

Тоді замість формули (15) одержимо вираз:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (19)$$

Хід роботи

1. Розташувати важки так, як показано на рис. 2, і відхилити кінець маятника на 3-4 см, визначити по три рази час t_1 і t_2 50-100 повних коливань при підвішуванні маятника спершу на одній, а потім на іншій призмах. Вирахувати T_1 і T_2 .
2. Поклавши маятник на вістря спеціальної підставки і досягнувши рівноваги, визначити центр інерції маятника - точку c (рис. 2) і виміряти відстань L_1 та L_2 .
3. За формулою (15) розрахувати прискорення вільного падіння. Результати вимірювання та обчислення занести у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$L_1, м$	$L_2, м$	$t_1, с$	$t_2, с$	n	$T_1, с$	$T_2, с$	$g, \frac{м}{с^2}$	$\Delta g, \frac{м}{с^2}$
1									
2									
3									
...									

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення фізичного маятника.
2. Вивести формулу періоду коливань фізичного маятника.
3. Вивести робочу формулу для визначення прискорення вільного падіння.
4. Чи залежить період коливань фізичного маятника від маси?

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника

Мета роботи: визначити прискорення вільного падіння.

Теоретичні відомості

Фізичним маятником називається тверде тіло, здатне здійснювати коливання навколо нерухомої горизонтальної осі, яка не проходить через центр мас (рис. 1).

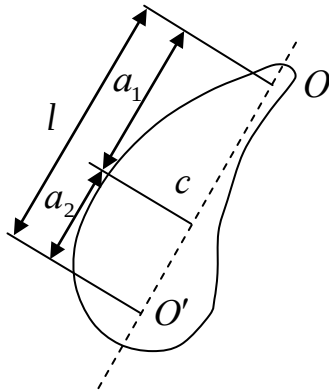


Рис. 1. Фізичний маятник.

Точка O , навколо якої коливається фізичний маятник, називається центром обертання, Точка O' , що лежить від точки O на відстані зведеної довжини, називається центром коливань.

Якщо такий маятник коливається навколо точки O' , то центром коливань буде точка O , тобто точки O' і O спряжені.

На цьому і ґрунтується теорія оборотного маятника. Коли ми знайшли дві спряжені точки O і O' , навколо яких маятник коливається з однаковим періодом, то відстань між ними $l = OO'$ і являтиме зведену довжину фізичного маятника. Знаючи зведену довжину, можна, користуючись формулою математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

знайти прискорення вільного падіння:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (2)$$

Оборотний маятник є найточнішим приладом для визначення сили земного тяжіння.

На практиці визначають на фізичному маятнику дві такі точки O і O' , що

мають властивості оборотності, доводиться багато разів перевертати маятник і міняти точки закріплення, поки періоди коливань T_1 і T_2 маятника в прямому і перевернутому положеннях не будуть майже однакові. Повної рівноваги періодів T_1 і T_2 домогтися, звичайно, не вдається.

Оскільки періоди T_1 і T_2 трохи відрізняються один від одного, то відрізняються також і зведені довжини l_1 і l_2 в обох положеннях, як видно з формули (2).

Позначимо через a_1 і a_2 відстані центра ваги s від осі обертання в обох положеннях оборотного маятника (див. рис. 1).

Як відомо, зведена довжина фізичного маятника l визначається за формулою

$$l = \frac{I}{ma}, \quad (3)$$

де I - момент інерції маятника відносно осі обертання, m - маса маятника і a - відстань центра ваги його від осі обертання.

Крім того, з курсу механіки відомо, що:

$$I = I_0 + ma^2, \quad (4)$$

де I_0 - момент інерції відносно осі, що проходить через центр ваги тіла.

Тоді на підставі формул (3) і (4) можна записати:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{I_0 + ma_1^2}{ma_1}, \\ l_2 &= \frac{I_0 + ma_2^2}{ma_2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Підставляючи значення l_1 і l_2 у формулу (1), отримаємо:

$$\begin{aligned} T_1^2 &= \frac{4\pi^2 l_1}{g} = \frac{4\pi^2 (I_0 + ma_1^2)}{gma_1}, \\ T_2^2 &= \frac{4\pi^2 l_2}{g} = \frac{4\pi^2 (I_0 + ma_2^2)}{gma_2}, \end{aligned} \quad (6)$$

звідки

$$\begin{aligned} 4\pi^2 I_0 &= T_1^2 gma_1 - 4\pi^2 ma_1^2, \\ 4\pi^2 I_0 &= T_2^2 gma_2 - 4\pi^2 ma_2^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Прирівнявши праві частини і скоротивши на m , знаходимо:

$$g = \frac{4\pi^2 (a_1^2 - a_2^2)}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2} = \frac{4\pi^2 (a_1 + a_2)(a_1 - a_2)}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2}, \quad (8)$$

але $a_1 + a_2 = Oc + cO' = l$, і формула для визначення прискорення g матиме такий вигляд:

$$g = \frac{4\pi^2 l (a_1 - a_2)}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2}. \quad (9)$$

Установка (рис. 2) змонтована на основі з чотирма ніжками, висоту яких можна змінювати (вирівнювати установку). До основи прикріплена колонка, на якій зафіксовано верхній і нижній кронштейни. До верхнього кронштейна на вмонтованих вкладках підвішений оборотний фізичний маятник, а до нижнього – фотоелектричний датчик. Оборотний маятник виготовлений у вигляді сталевго стержня, на якому пересувають та фіксують дві металеві призми (1 – для підвішення маятника в прямому положенні, 2 – в оберненому) та два тягарці (сочевиці).

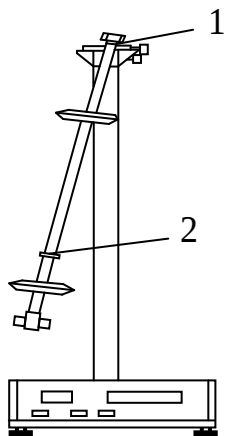


Рис. 2. Схема установки.

Хід роботи

1. Під'єднати установку до електромережі й натиснути кнопку „Сеть”.
2. Закріпити опорні призми по краях стержня, а сочевиці на різних відстанях від опорних призм.
3. Відхилити маятник на невеликий кут (не більше $6 - 8^\circ$) і натиснути кнопку „Сброс” (обнулїть секундомїр та лічильник кількості коливань).
4. Відпустити маятник. Внаслідок цього маятник коливатиметься і ввімкне мілісекундомїр і лічильник кількості коливань.
5. Стежте за показами лічильника кількості коливань. Коли на лічильнику з'явиться цифра 9, натисніть кнопку „Стоп”. Через одне коливання припиниться вимірювання. На лічильнику кількості коливань з'явиться цифра 10, а на мілісекундомїрі- час t_1 за який маятник здійснив ці коливання.
6. Переверніть маятник і виміряйте час десяти коливань маятника t_2 (див. п. 2-5).

7. Визначте періоди коливань T_1 і T_2 за формулою $T_i = \frac{t_i}{n_i}$.
8. За допомогою рулетки виміряйте відстань l .
9. Для визначення положення центра ваги s маятник кладуть на ребро спеціальної призми і домагаються рівноваги маятника. За допомогою рулетки вимірюють відстані $a_1 = Os$ і $a_2 = cO'$.
10. За формулою (9) обчисліть значення g й оцініть точність одержаного результату.
11. Результати вимірювання та обчислення занести у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	t_1, c	t_2, c	n	T_1, c	T_2, c	l, m	a_1, m	a_2, m	$g, \frac{m}{c^2}$	$\Delta g, \frac{m}{c^2}$
1										
2										
3										
...										

Питання для самоконтролю

1. Що називається прискоренням вільного падіння?
2. Що називається математичним маятником і фізичним маятником?
3. Від чого, чому і як залежить прискорення вільного падіння?
4. Що називається зведеною довжиною фізичного маятника?
5. Що таке момент сили?

Визначення логарифмічного декременту згасання коливань маятника

Мета роботи: вивчення механічних згасаючих коливань.

Теоретичні відомості

Практично всяке коливання матеріальної точки, яке не підтримується ззовні, є згасаючим, амплітуда його з часом зменшується. Причина згасання полягає в наявності сил, що гальмують рух. Наприклад, це може бути сила тертя в точці підвісу при коливанні маятника, або сила опору середовища. Розглянемо випадок, коли тіло, масою m , підвішене на пружині, здійснює прямолінійні коливання у в'язкому середовищі. Сила опору середовища залежить від швидкості руху тіла і за малих швидкостей її можна рахувати пропорційною швидкості, напрямлена вона в бік, протилежний швидкості. Позначимо коефіцієнт опору середовища через r , тоді другий закон Ньютона для даного випадку запишеться:

$$ma = -kx - r\upsilon, \quad (1)$$

де m - маса коливної точки, $(-kx)$ - пружна сила, яка є поворотальною силою, x - координати коливної точки, υ - її швидкість. Введемо позначення:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \text{ - перша похідна від } x \text{ по часу,}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \text{ - друга похідна від } x \text{ по часу.}$$

Запишемо рівняння (1) у вигляді

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \quad (2)$$

Поділивши праву і ліву частини цього рівняння на m , одержимо:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{r}{m}\dot{x}. \quad (3)$$

Введемо позначення:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{r}{m} = 2\beta, \quad (4)$$

де ω_0^2 і β - додатні.

Тоді рівняння (3) набуде вигляду:

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta\dot{x}. \quad (5)$$

Введемо нову змінну z , що пов'язана з x співвідношенням

$$x = e^{-\beta t} z. \quad (6)$$

Тоді перша похідна виразу (6) $\dot{x}$ запишеться:

$$\dot{x} = e^{-\beta t} \dot{z} - \beta e^{-\beta t} z, \quad (7)$$

а друга похідна $\ddot{x}$ буде:

$$\ddot{x} = e^{-\beta t} \ddot{z} - 2\beta e^{-\beta t} \dot{z} + \beta^2 e^{-\beta t} z. \quad (8)$$

Підставивши значення $\dot{x}$ та $\ddot{x}$ у рівняння (5), одержимо (скоротивши всі члени на множник $e^{-\beta t}$):

$$\ddot{z} - 2\beta \dot{z} + \beta^2 z = -\omega_0^2 z + 2\beta^2 z - 2\beta \dot{z},$$

або

$$\ddot{z} = -(\omega_0^2 - \beta^2)z. \quad (9)$$

Якщо опір середовища малий, $\omega_0^2 > \beta^2$, то $\omega_0^2 - \beta^2$ -величина додатна і можна ввести позначення:

$$\omega_0^2 - \beta^2 = \omega^2, \quad (10)$$

після чого рівняння (9) матиме вигляд:

$$\ddot{z} = -\omega^2 \cdot z. \quad (11)$$

І розв'язок його можна записати у вигляді (оскільки це фактично є диференціальне рівняння гармонічних коливань):

$$z = a_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (12)$$

Отже, величина z змінюється періодично, з періодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (13)$$

або, підставляючи замість ω його значення з (10):

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \quad (14)$$

або, скориставшись виразом (4):

$$T = \frac{2\pi m}{\sqrt{km - \frac{1}{4}r^2}}. \quad (15)$$

Підставивши в рівняння (6) замість z його значення з формули (12), одержимо закон руху точки під дією пружної сили в середовищі з опором:

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (16)$$

де $(\omega t + \alpha)$ - фаза коливань, α - початкова фаза, ω - кругова частота, β - коефіцієнт згасання, який можна записати також у вигляді:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha). \quad (17)$$

Цей розв'язок представляє собою коливання з амплітудою $a = a_0 e^{-\beta t}$,

що зменшується з часом. Період коливання $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ в середовищі з опором більший, ніж період коливань точки такої ж маси m під дією пружної сили $f = -kx$ в середовищі без опору. Графік залежності від часу подано на рис. 1. Як бачимо, коливання згасають з часом.

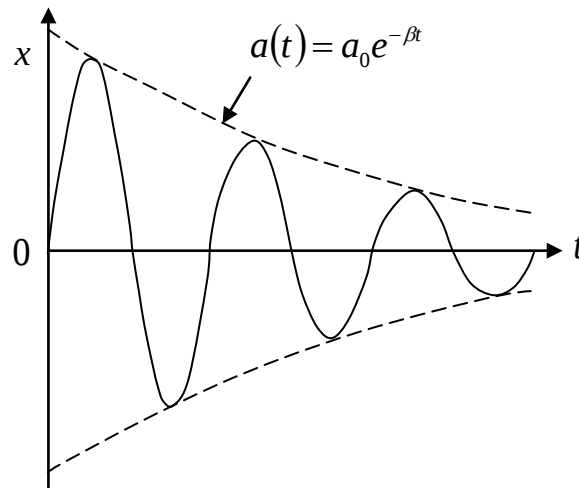


Рис. 1. Графік згасаючих коливань.

Логарифм відношення двох послідовних амплітуд, що віддалені в часі одна від одної на проміжок часу, що дорівнює періоду T , називається логарифмічним декрементом згасання. Позначимо логарифмічний декремент літерою λ і запишемо за визначенням:

$$\lambda = \ln \frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T \text{ або } \lambda = \beta T. \quad (18)$$

Відношення послідовних амплітуд називається декрементом згасання:

$$D = \ln \frac{a_1}{a_2}. \quad (19)$$

Логарифмічний декремент λ можна визначити безпосередньо із співвідношень, вимірявши значення амплітуд a_1 та a_2 двох послідовних коливань:

$$\lambda = \ln \frac{a_1}{a_2}. \quad (20)$$

Знаючи λ , можна визначити коефіцієнт опору середовища r :

$$r = 2\beta m = 2 \frac{\lambda}{T} m. \quad (21)$$

Отже, енергія, що надана системі при виведенні її з положення рівноваги, за наявності згасань поступово витрачається на роботу проти сил тертя, і, щоб підтримати коливання незгасаючими, до системи необхідно підводити енергію ззовні.

Прикладом системи, коливання якої, незважаючи на наявність сил тертя, відбувається завдяки енергії, що підводиться, із незмінною амплітудою, може слугувати годинниковий маятник. Храповий механізм підштовхує маятник у такт з його коливаннями. Енергія, що передається при цьому маятнику, береться або за рахунок пружин, що розкручуються, або за рахунок вантажу, що опускається. Така система, що підтримує незмінною амплітуду своїх коливань, називається автоколивною системою.

На практиці для визначення коефіцієнта затухання β ведуть спостереження за згасаючими коливаннями за проміжок часу $t = nT$, що дорівнює цілому числу періодів коливань.

Амплітуда згасаючих коливань визначається за формулою

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \quad (22)$$

де A_0 - амплітуда, що визначається енергією системи в момент часу $t = 0$. Коефіцієнт згасання β визначається з виразу

$$\beta = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A_t}. \quad (23)$$

І, таким чином, визначаємо зменшення амплітуди за одиницю часу. Якщо $t = nT$, то вираз (23) матиме вигляд:

$$\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_m}{A_{m+n}}, \quad (24)$$

де n - число коливань. При значних згасаннях зручно вибрати nT таким, щоб початкова амплітуда зменшувалась у ціле число разів, наприклад, у два рази. Тоді:

$$\frac{A_m}{A_{m+n}} = 2, \quad \beta = \frac{1}{nT} \ln 2. \quad (25)$$

Опис приладу

Теоретично можна довести, що для фізичного маятника отримуються співвідношення, аналогічні (22)-(25). Тому дослідження згасання коливань ведуться в цій роботі на моделі фізичного маятника (рис. 2).

Довгий металевий стержень на одному кінці має опору у вигляді тригранної трикутної призми P , ребро якої є віссю обертання. На другому кінці маятника знаходиться важка сочевиця R , змінюючи положення якої можливо змінити період коливань маятника. На цьому ж кінці маятника є покажчик S з тонкого дроту, за допомогою якого можна відррахувати величину амплітуд за лінійною шкалою.

Для зміни згасання застосовуються повітряні заспокоювачі у вигляді легких повітряних пластин, які прикріплюються до середньої частини стержня гвинтом A , та циліндричні стержні для рідинного заспокоєння. Ці стержні гвинтом C прикріплюються одним кінцем до маятника, а іншим - занурюються в посудину з рідиною.

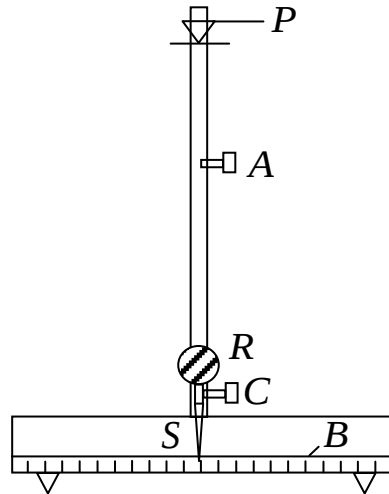


Рис. 2.Схема установки.

Хід роботи

1. Відхиляючи маятник від положення рівноваги на 16-18 см, попередньо зауваживши початкове положення на шкалі B , одночасно пускають маятник і секундомір і відраховують n повних коливань, за яких початкова амплітуда зменшується у два рази.
2. Визначають період згасаючих коливань, декремент, логарифмічний декремент та коефіцієнт згасання за формулами (18,19,25) різних повітряних заспокоювачів.
3. Повторюють вимірювання для різних заспокоювачів.
4. Визначають коефіцієнт опору середовища r за формулою (21). Необхідну для цього масу маятника m_i визначають таким чином. Зважують кожний досліджуваний заспокоювач і додають одержані значення до маси m маятника без заспокоювачів.
5. Роблять необхідні виміри для побудови графіків $x(t)$ для різних повітряних та рідинних заспокоювачів. Усі графіки будують на одних осях координат.
6. Результати вимірювання та обчислення занесіть у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$A_1, м$	$A_2, м$	n	$t, с$	$T, с$	$\beta, \frac{1}{с}$	λ	$\Delta\lambda$
1								
2								
3								
...								

Питання для самоконтролю

1. Пояснити, чому коливання згасають.
2. Зробити аналіз рівняння згасаючих коливань.
3. Дати визначення логарифмічного декременту згасання.

Визначення швидкості кулі з допомогою балістичного маятника

Мета роботи: засвоїти один із методів визначення швидкості кулі.

Теоретичні відомості

Балістичний маятник для визначення швидкості польотугарматних снарядів являє собою масивний ящик з глиною чи піском, підвішений на тросах. Стріляють у ящик так, щоб траєкторія снаряду проходила горизонтально через центр маси маятника. Снаряд застрягає в ящику, відхиляючи маятник на деякий кут. За величиною цього кута знаходять швидкість снаряда.

У цій лабораторній роботі балістичний маятник складається із стержня 1, на який насаджено циліндр 2 з пластиліном і балансний тягарець 3, який можна переміщати по стержню (рис. 1). На кінці стержня є вісь 4, навколо якої маятник може коливатись, якщо його підвісити на стояку 5. Поруч є горизонтально закріплена пружинна гармата 6.

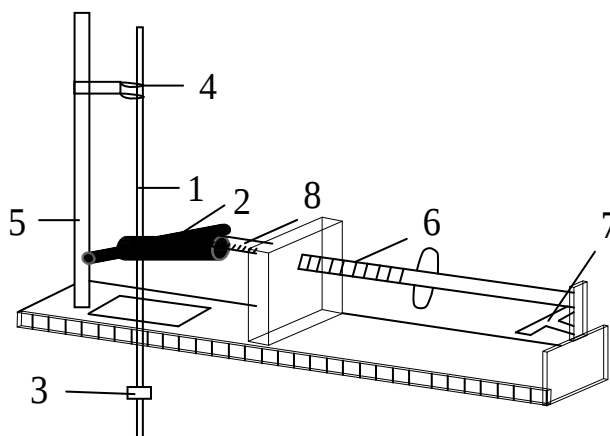


Рис. 1. Схема балістичного маятника.

Спрощена схема балістичного маятника показана на рис. 2.

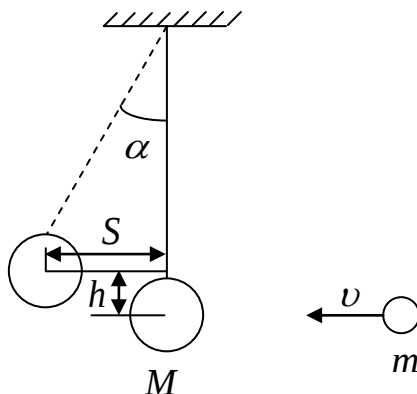


Рис. 2. Спрощена схема балістичного маятника. M - маса маятника; m - маса кулі; v - її швидкість; α - кут відхилення маятника при попаданні у нього кулі.

Під час вистрілу куля попадає в маятник і застрягає в ньому, маятник відхиляється на деякий кут α , а лінійне відхилення маятника від положення рівноваги буде S , і при цьому центр ваги маятника зміститься на висоту h .

Для визначення швидкості руху кулі застосуємо закон збереження моменту імпульсу та закон збереження енергії.

Згідно іззаконом збереження моменту імпульсу маємо:

$$mvl = I\omega, \quad (1)$$

де l - довжина маятника, ω - його кутова швидкість, I - загальний момент інерції маятника і кулі.

На основі закону збереження енергії можемо записати, що кінетична енергія маятника буде дорівнювати потенціальній:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = (M + m)gh = m_{\text{заг}}gh, \quad (2)$$

де $m_{\text{заг}} = M + m$ - загальна маса маятника.

З рис. 2 слідує, що $h = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}$. Для малих відхилень $\sin \alpha = \frac{S}{l}$, а тому $h = \frac{S^2}{2l}$.

З рівняння (1) визначаємо $\omega = \frac{mvl}{I}$ і підставляємо у рівняння (2), одержимо:

$$v = \frac{S}{ml} \sqrt{\frac{gm_{\text{заг}}I}{l}}. \quad (3)$$

Момент інерції маятника з кулею можна визначити з формули періодів коливань $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{gm_{\text{заг}}l}}$, звідси

$$I = \frac{m_{\text{заг}}gl}{4\pi^2} T^2. \quad (4)$$

Підставивши (4) у (3), одержимо формулу для визначення швидкості кулі:

$$v = \frac{gSm_{\text{заг}}T}{2\pi ml}. \quad (5)$$

Хід роботи

1. Зважують маятник (m_m) та кулю (m_k).
2. Переміщаючи балансний тягарець (3) по стержню маятника, суміщають центр маси маятника з центром циліндра, в якому є пластилін.
3. Укріплюють маятник на стояку, щоб центр циліндра з пластиліном був напроти ствола гармати.

4. Визначають відстань l від осі маятника до центра циліндра з пластиліном.
5. Заряджають гармату кулею з кінця ствола і розтягують пружину гармати.
6. Стріляють у нерухомий маятник, натискаючи на курок 7і одночасно відзначають максимальне відхилення S маятника за шкалою8.
7. Не виймаючи кулі з пластиліну, відхиляють маятник на невеликий кут (5°)і визначають час t десяти коливань ($n=10$). Звідси період коливань:

$$T = \frac{t}{n}. \quad (6)$$

8. Підставляють дані у формулу (5), обчислюють швидкість коливань.
9. Результати вимірювання та обчислення заносять у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$m_m,$ кг	$m_{заг},$ кг	$l, м$	$S, м$	n	$t, с$	$T, с$	$v, \frac{м}{с}$	$\Delta v, \frac{м}{с}$
1									
2									
3									
...									

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення балістичного маятника.
2. Сформулювати закон збереження моменту імпульсу та закон зберігання енергії.
3. Що таке період коливань?

Вивчення швидкості польоту кулі за допомогою крутильно-балістичного маятника

Мета роботи: визначити, використовуючи закони збереження, швидкість польоту кулі за допомогою крутильно-балістичного маятника.

Теоретичні відомості

Після вцілення кулі в мішень балістичного маятника він починає виконувати крутильні коливання навколо своєї вертикальної осі. Якщо під час його руху знехтувати моментом сил тертя, то можна використати два закони збереження. На основі закону збереження моменту імпульсу, вважаючи удар абсолютно непружним, можна записати (до удару і після удару):

$$mvr = (I_1 + mr^2)\omega, \quad (1)$$

де m - маса кулі, v - її швидкість до удару, r - відстань від осі обертання маятника до точки удару кулі, ω - кутова швидкість маятника, I - його момент інерції.

Закон збереження механічної енергії (після удару):

$$\frac{1}{2}(I_1 + mr^2)\omega^2 = \frac{1}{2}b\alpha^2, \quad (2)$$

де α - найбільший кут повороту маятника, b - модуль кручення підвісу маятника. З цих рівнянь одержуємо:

$$v^2 = \frac{b\alpha^2(I_1 + mr^2)}{m^2r^2}. \quad (3)$$

Оскільки момент інерції кулі mr^2 набагато менший від I_1 , то рівняння (3) можна записати у вигляді:

$$v^2 = \frac{b\alpha^2 I_1}{m^2r^2}. \quad (4)$$

Будемо вважати, що $\tau \ll T$, тобто час дії кулі на маятник набагато менший від періоду коливань балістичного маятника. Рівняння руху балістичного маятника за цих умов можна записати у вигляді:

$$\frac{I_1 d^2\alpha}{dt^2} = -b\alpha, \quad (5)$$

де α - кут повороту маятника, $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \varepsilon$ - кутове прискорення. Розв'язок цього рівняння приводить до виразу для періоду крутильних коливань:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{b}}. \quad (6)$$

Для вилучення з останньої формули невідомої величини b змінимо момент інерції балістичного маятника, змінивши вантажі на іншу відстань від осі маятника, тоді:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{b}}, \quad (7)$$

де T_2 - період коливань маятника за нового значення моменту інерції I_2 .

З формул (6) і (7) одержимо:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}. \quad (8)$$

Якщо різницю моментів інерції маятника позначимо через ΔI , тобто:

$$\Delta I = I_1 - I_2,$$

то з формули (8) одержимо:

$$\frac{I_1}{\Delta I} = \frac{T_1^2}{(T_1^2 - T_2^2)}. \quad (9)$$

З формули (6):

$$b = \frac{4\pi^2 I_1}{T_1^2}. \quad (10)$$

Підставивши в рівняння (4) значення b з (10), а значення I_1 з (9), для швидкості кулі отримаємо вираз:

$$v = \frac{2\pi\alpha T_1 \Delta I}{mr(T_1^2 - T_2^2)}. \quad (11)$$

Величину ΔI можна визначити, використавши такі рівняння:

$$I_1 = I_0 + 2MR_1^2, \quad (12)$$

$$I_2 = I_0 + 2MR_2^2, \quad (13)$$

де I_0 - момент інерції маятника без вантажів, I_1 - момент інерції маятника, якщо обидва вантажі розташовані на відстані R_1 від осі обертання, I_2 - на відстані R_2 , M - маса одного вантажу. Нехай $R_1 > R_2$, тоді з рівнянь (12) і (13) одержимо:

$$\Delta I = I_1 - I_2 = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (14)$$

Із рівнянь (11) і (14) визначаємо робочу формулу для обертання швидкості польоту кулі:

$$\nu = \frac{4\pi MT_1}{mr(T_1^2 - T_2^2)}(R_1^2 - R_2^2)\alpha, \quad (15)$$

де α - кут максимального відхилення маятника після вцілення в нього кулі, виражений у радіанах:

$$\alpha = \frac{\pi\alpha^0}{180^0}.$$

Крутильно-балістичний маятник (рис. 1) змонтований на основі 1, що опирається на чотири ніжки, висоту яких можна регулювати(вирівнювати прилад).

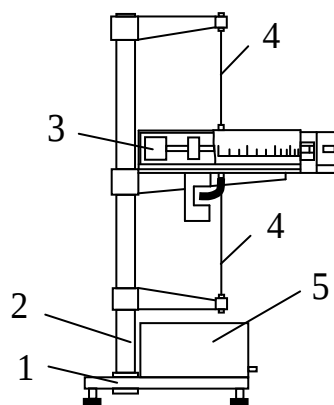


Рис. 1. Крутильно-балістичний маятник.

На основі закріплені електронний блок 5 та колонка 2. До колонки прикріплені верхній, нижній та середній кронштейни. До середнього кронштейна прикріплений пружний пістолет, прозорий екран з градусною шкалою та фотоелектричний датчик. Верхній і нижній кронштейни мають затискачі для кріплення сталеві дротини 4, на якій підвішено маятник 5, що складається з двох мисочок, наповнених пластиліном, двох стержнів, по яких можуть пересуватися і на яких закріплюють тягарці. Фотоелектричний датчик з'єднаний з мілісекундоміром. На його передній панелі розміщені вікна цифрових індикаторів мілісекундоміра, лічильника періодів та три кнопки керування. Кнопкою „Сеть” вмикають установку в електромережу, кнопкою „Сброс” обнулюють мілісекундомір та лічильник періодів, кнопкою „Стоп” зупиняють цикл вимірювання через один період після її натискання.

Хід роботи

1. Увімкніть установку в електромережу і натисніть кнопку „Сеть”.
2. Перевірте, чи маятник перебуває в нульовому положенні. Якщо потрібно, виконайте керування.
3. Установіть додаткові тягарі на відстані R_1 .
4. Вистріліть і виміряйте кут максимального відхилення маятника α .

- Вимірювання проводити в тому випадку, якщо кулька прилипла до пластиліну.
- Натисніть кнопку „Сброс”. При цьому обнуляться цифрові індикатори і розпочнеться цикл вимірювання часу та кількості періодів.
 - Коли на лічильнику періодів коливань з’явиться число 9, натисніть кнопку „Стоп”. Через один період закінчиться цикл вимірювання. На лічильнику періодів з’явиться число 10, а мілісекундомір покаже час t_1 , протягом якого маятник виконав десять коливань.
 - Установіть тягарі на відстані R_2 . Виміряйте час t_2 (див. п.п. 5-6).
 - На аналітичній вазі визначте масу кульки m .
 - За шкалою, нанесеною на чашці з пластиліном, виміряйте відстань r .
 - Обчисліть значення періодів T_1 і T_2 за формулою $T_i = \frac{t_i}{n_i}$.
 - За формулою (15) обчисліть швидкість кулі v .
 - Результати вимірювання та обчислення занесіть у табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	R_1 , м	α , °С	t_1 , с	n_1	T_1 , с	R_2 , м	t_2 , с	n_2	T_2 , с	M , кг	m , кг	r , м	v , $\frac{м}{с}$	Δv , $\frac{м}{с}$
1														
2														
3														
...														

Питання для самоконтролю

- Що називається моментом інерції, моментом сили, моментом імпульсу?
- Сформулюйте та запишіть закон збереження моменту імпульсу.
- Сформулюйте закон збереження механічної енергії.
- Який удар називається непружним?
- Запишіть закон збереження механічної енергії для маятника, який виконує крутильні коливання.

Дослідження прецесії гіроскопа та визначення його моменту інерції

Мета роботи: визначити момент інерції гіроскопа

Теоретичні відомості

Гіроскопом називається тверде тіло з великим моментом інерції відносно осі симетрії. Теорія руху гіроскопа ґрунтується на рівнянні моментів:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (1)$$

де $\vec{L}$ - момент імпульсу, $\vec{M}$ - момент сили.

Нехай на вісь гіроскопа, який обертається зі сталою кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ навколо осі симетрії, почала діяти зовнішня сила $\vec{F}$, момент якої відносно осі обертання дорівнює $\vec{M}$. Припустимо, що під дією цього зовнішнього моменту вісь гіроскопа повернулася на нескінченно малий кут $d\varphi$ і внаслідок цього момент імпульсу змінився на $d\vec{L}$ (зміна настала внаслідок зміни напрямку вектора $\vec{L}$ без зміни його модуля $|\vec{L}|$ (рис. 1)).

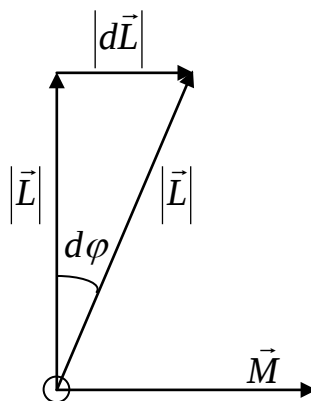


Рис. 1. Зміна моменту імпульсу гіроскопа.

Згідно з рівнянням моментів $d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt$, тобто напрям $d\vec{L}$ збігається з напрямом моменту сили $\vec{M}$. Отже, поворот навколо осі O , перпендикулярної до площини рисунка, відбувається під дією моменту сили, напрям вектора якого паралельний до напрямку вектора $d\vec{L}$. Отже під час дії на гіроскоп моменту сили $\vec{M}$ вектор кутової швидкості обертання гіроскопа $\vec{\omega}$ повертається в напрямі до збігання з напрямом вектора $\vec{M}$, виконуючи таким чином прецесійний рух. Кутову швидкість прецесії $\Omega = \frac{d\varphi}{dt}$ можна визначити з формули, яка зв'язує dL , L і $d\varphi$:

$$dL = L \cdot d\varphi.$$

Продиференціюємо цей вираз за часом: $\frac{dL}{dt} = \frac{L \cdot d\varphi}{dt} = L\Omega$, звідки з урахуванням (1) одержимо:

$$\Omega = \frac{M}{I\omega}. \quad (2)$$

Напрями векторів $\vec{M}$, $\vec{\omega}$ і $\vec{\Omega}$ пов'язані співвідношенням:

$$\vec{M} = [\vec{\Omega} I \vec{\omega}]. \quad (3)$$

Останнє співвідношення можна отримати з формули Пуансо, яка стверджує: якщо якийсь вектор $\vec{A}$ (у нашому випадку його роль відіграє вектор $\vec{L}$) обертається з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, не змінюючи свого значення, то $\frac{d\vec{A}}{dt} = [\vec{\omega} \vec{A}]$.

Якщо $\vec{\Omega}$ перпендикулярний до $\vec{L}$, то $|\vec{M}| = |\vec{\Omega}| \cdot |\vec{L}|$, або

$$M = L\Omega. \quad (4)$$

Ця формула виражає закон вимушеної процесії гіроскопа. У нашому випадку:

$$M = mgd, \quad (5)$$

де m - маса тягарця, g - прискорення вільного падіння, d - плече сили mg , яка діє на вісь гіроскопа.

Кутову швидкість процесії Ω можна одержати, вимірявши час t , протягом якого гіроскоп повертається на кут α радіанів внаслідок прецесійного руху. Тоді

$$\Omega = \frac{\alpha}{t}. \quad (6)$$

Підставивши формули (5) і (6) у вираз (4), та врахувавши, що $L = I\omega$, одержимо робочу формулу для визначення моменту інерції гіроскопа:

$$I = \frac{mgdt}{\alpha\omega}. \quad (7)$$

Перевівши радіани в градуси, а кутову швидкість – у частоту обертання гіроскопа, одержимо робочу формулу у величинах, які безпосередньо вимірюємо:

$$I = \frac{90mgdt}{\alpha^0 \pi^2 \nu}. \quad (8)$$

На основі з чотирма ніжками, висоту яких можна змінювати (вирівнювати установку), закріплені блок керування та колонка (рис. 2).

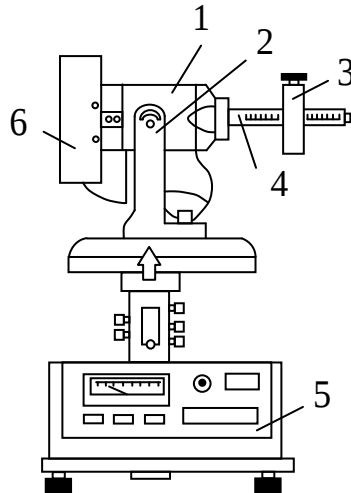


Рис. 2. Схема установки.

До колонки прикріплений кронштейн, на якому у вилці 2 змонтовано гіроскоп з електродвигуном 1 та фотоелектричним датчиком для вимірювання кута повороту гіроскопа в горизонтальній площині. Гіроскоп з електроприводом та вилкою може обертатися навколо вертикальної осі, а гіроскоп з електроприводом – навколо горизонтальної, яка проходить через вилку. На валу електропривода закріплений масивний металевий диск, захищений прозорим екраном 6. Диск має прорізи, через які світло потрапляє на фотоелектричний датчик, імпульси якого дають інформацію про швидкість обертання гіроскопа. До корпусу електропривода прикріплений важіль 4 з міліметровою шкалою. Уздовж важеля можна переміщуватися і закріплюватися тягарець 3, яким можна зрівноважувати гіроскоп або прикладати до нього різні моменти зовнішніх сил.

На основі установки розміщений також блок 5 живлення електропривода гіроскопа та вимірювання параметрів руху. На передній панелі блока 5 є кнопки „Сеть”, „Сброс”, „Стоп”, ручка потенціометра, за допомогою якої вмикають напругу живлення електропривода гіроскопа та змінюють швидкість його обертання, показчик швидкості обертання гіроскопа, цифровий індикатор кута повороту гіроскопа та мілісекундомір.

Хід роботи

1. Під'єднати установку до електромережі і натиснути кнопку „Сеть”.
2. Встановити тягарець 3 на важелі 4 так, щоб гіроскоп був у положенні байдужої рівноваги.
3. Плавнo повертаючи ручку потенціометра „Рег. скорости” за годинниковою стрілкою, встановити оберти гіроскопа в інтервалі 5000 – 8000 обертів за хвилину. Домогтися стабільності швидкості обертання гіроскопа. Переконатися, що гіроскоп не виконує прецесійного руху.
4. Перемістити тягарець на відстань d від положення рівноваги в бік кінця важеля.

5. Натиснути кнопку „Сброс” і після повороту гіроскопа на кут α натиснути кнопку „Стоп”.
6. Результати вимірювання та обчислення занести в табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання та обчислення

№ п/п	$m, \text{ кг}$	$d, \text{ м}$	α^0	$\nu, \text{ Гц}$	$t, \text{ с}$	$I, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$\Delta I, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$
1							
2							
3							
...							

7. Перемістити тягарець на важелі в інший бік від положення рівноваги. Переконайтеся, що напрям кутової швидкості прецесії змінився на протилежний.

Питання для самоконтролю

1. Що називається гіроскопом?
2. Що називається моментом інерції матеріальної точки, моментом інерції твердого тіла?
3. Що називається моментом імпульсу?
4. Сформулюйте другий закон динаміки для обертального руху.
5. Який принцип процесії гіроскопа?
6. Наведіть приклади застосування гіроскопів.

Лабораторна робота №39

Дослідження явищ додавання коливань

Мета роботи: вивчити явище додавання взаємоперпендикулярних коливань на основі спостереження фігур Ліссажу.

Опис приладу

Прилад складається із звукового генератора ЗГ, електронного осцилографа ЕО і автотрансформатора, який дозволяє регулювати напругу (рис. 3).

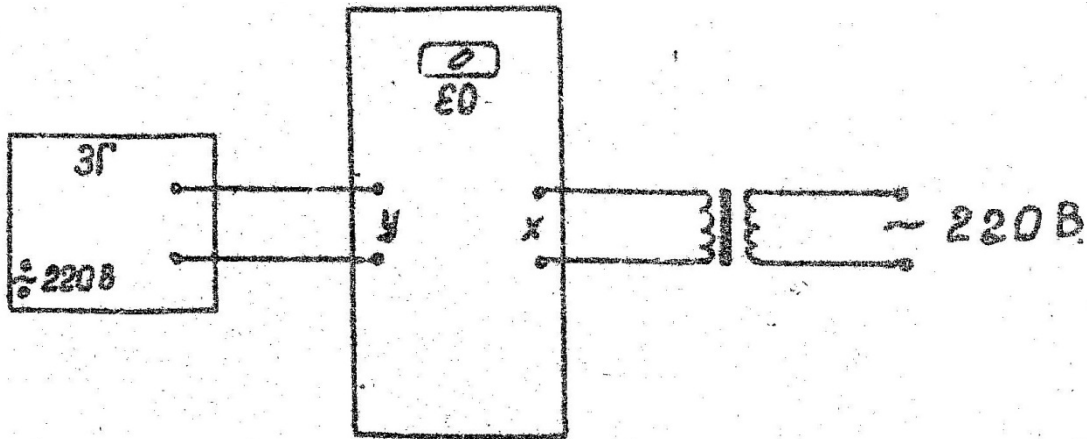


Рис. 3. Схематичне зображення приладу для одержання фігур Ліссажу.

Точки перетину кривої з осями $\vec{x}$ і $\vec{y}$ дають можливість визначити числа n_x і n_y :

$$n = \frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{n_x}{n_y},$$

де ω_y і ω_x частоти на вертикалі і горизонталі.

$$\vartheta_y = \frac{n_x}{n_y} - \vartheta_x. \quad (15)$$

Теоретичні відомості

Розглянемо результат складання двох гармонічних коливань однакової частоти ω , що відбуваються у взаємно-перпендикулярних напрямках (в напрямках осей $\overrightarrow{OX}$ і $\overrightarrow{OY}$). Виберемо так, щоб початкова фаза першого коливання була рівна нулю:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t) \\ y = B \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (16)$$

де φ – різниця фаз обох коливань; A і B – амплітуди коливань відповідно

вздовж осей $\vec{x}$ і $\vec{y}$.

Знайдемо траєкторії результируючих коливань методом усунення з системи (16) параметра t .

$$x/A = \cos(\omega t); y/B = \cos(\omega t + \varphi) = \cos(\omega t) \cos(\varphi) - \sin(\omega t) \sin(\varphi) \quad (17)$$

У другому рівнянні замінюємо $\cos(\omega t)$ на x/A і $\sin(\omega t)$ на $\sqrt{1 - (x/A)^2}$.

Після повних перетворень система рівнянь (17) зведеться до рівняння еліпса:

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{ab} \cos(\varphi) + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2(\varphi). \quad (18)$$

Траєкторія результируючого коливання прийме форму еліпса. Такі коливання називаються еліптично поляризованими.

Орієнтація осей еліпса і його розмірів залежить від амплітуди складових коливань і різниці фаз φ .

Нехай $\varphi = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$, де $m = 0; \pm 1; \pm 2$ тоді рівняння (18) прийме вигляд:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (19)$$

Це рівняння еліпса, осі якого співпадають з осями координат, а півосі рівні відповідним амплітудам.

Якщо $A = B$, то еліпс переходить в коло. Коли частоти взаємоперпендикулярних коливань різні, то замкнута траєкторія результируючого коливання складна (рис.4).

Замкнуті траєкторії описані точкою, яка здійснює одночасно два взаємно перпендикулярних коливання, називаються фігурами Ліссажу. Форма цих кривих залежить від відношень амплітуд, частот і різниці фаз.

Розглянемо деякі випадки. Якщо $\varphi = m\pi$, де $m = 0, \pm 1; \pm 2; \dots; \pm n$, то в даному випадку еліпс переходить в відрізок прямої:

$$y = \pm \left(\frac{B}{A} \right) x, \quad (20)$$

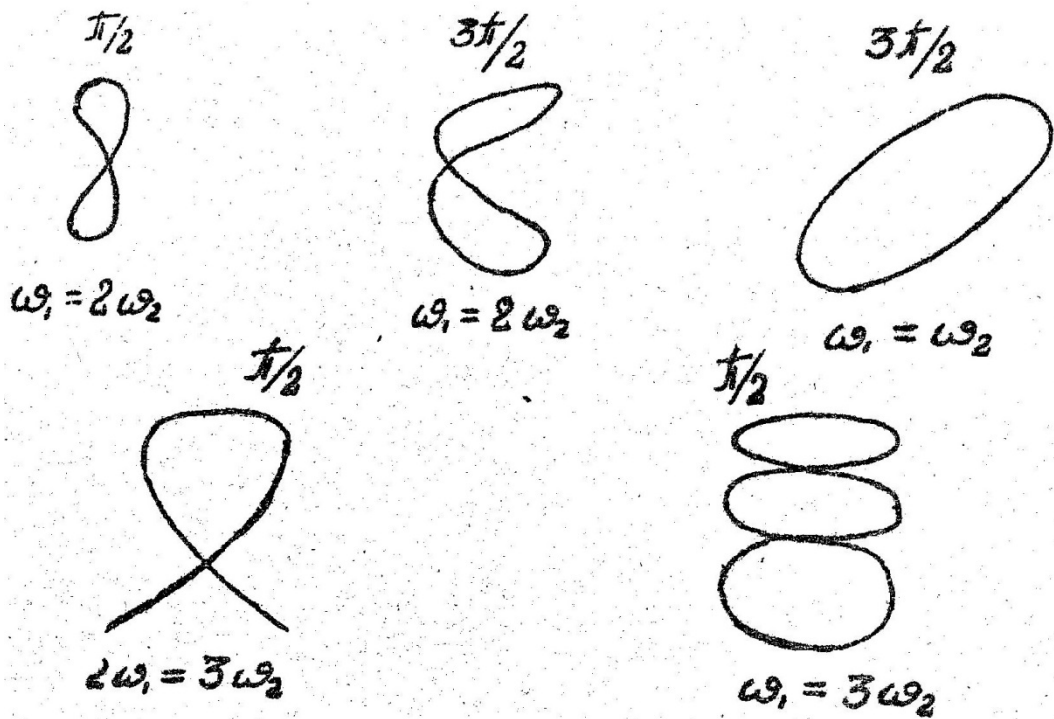


Рис. 4. Фігури Ліссажу у різному співвідношенні частот складових перпендикулярних коливань.

де знак плюс відповідає нулю і парним значенням m (рис.5), а знак мінус - непарним значенням m (рис.6). Результуюче коливання є гармонічним коливанням з частотою ω і амплітудою $\sqrt{A^2 + B^2}$, яке здійснюється в напрямку прямої, що складає з віссю $\vec{O}_x$ кут

$$\phi = \arctg\left(\frac{B}{A} \cos(m\pi)\right).$$

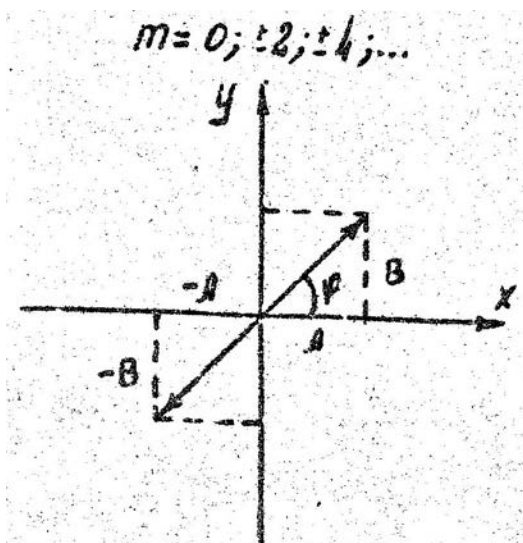


Рис. 5. Еліпс переходить в таку

пряму в парних значеннях m

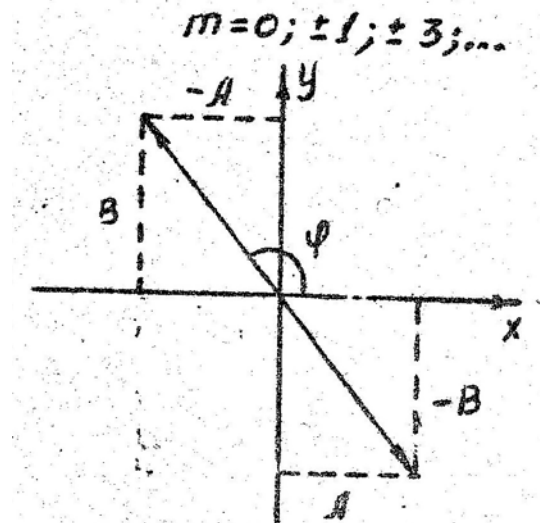


Рис. 6. Еліпс переходить в таку

пряму у непарних значеннях m

Хід роботи

1. Зібрати схему згідно з рис. 3.
2. Увімкнути в електромережу звуковий генератор, електронний осцилограф і трансформатор.
3. Обертаючи ручку ЗГ "амплітуда" і регулюючи на ЕО підсилення по осі $\vec{x}$, відтворити на екрані фігури Ліссажу.
4. Обертаючи регулятор частоти ЗГ, досягти стійкості фігури і зарисувати її.
5. Визначити число n_x і n_y точок перетину кривої з осями $\vec{x}$ і $\vec{y}$, відповідно і за формулою $\vartheta_y = \frac{n_x}{n_y} \vartheta_x$ вирахувати частоту ϑ_y , якщо дане значення N_1 , шкали регулятора частоти ЗГ.
6. Змінюючи частоту ЗГ, досягти повної стійкості фігури і знайти ϑ_y , зафіксувати відлік шкали N_2 . Виміри провести для восьми фігур Ліссажу.
7. Дані занести в таблицю і за ними побудувати графік залежності $\vartheta_y = f(N)$.

№ П/П	ϑ_x	n_x	n_y	ϑ_y	N
-------	---------------	-------	-------	---------------	-----

Питання для самоконтролю

1. Що таке гармонічне коливання? Які величини характеризують його?
2. Одержати рівняння фігур Ліссажу, що виникають під час додавання взаємно перпендикулярних коливань.
3. У чому полягає метод фігур Ліссажу для визначення частот коливань?

ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТИ ОБЕРТАННЯ ЕЛЕКТРОДВИГУНА ЗА ДОПОМОГОЮ СТРОБОСКОПА

Мета роботи: навчитись визначати частоти обертання електродвигуна за допомогою стробоскопа.

Опис приладу

Принцип дії приладу базується на явищі стробоскопічного ефекту. Коли ми вмикаємо двигун, то бачимо, що зображення мітки на диску починає рухатись і перетворюється на суцільну лінію (тобто ми бачимо чорний диск). Потім, якщо увімкнути стробоскоп і відповідним чином відрегулювати частоту, бачимо, що зображення мітки зупиняється (мітка стоїть на диску нерухомо). Це явище пояснюється так. Стробоскоп може спалахувати з частотою від 10 до 140 Гц. За

той час, коли лампа не увімкнута, чорна мітка робить деяку n - кількість обертів і в той момент, коли лампа спалахує, вона знаходиться в своєму початковому положенні, і тому нам здається, що мітка не рухається.

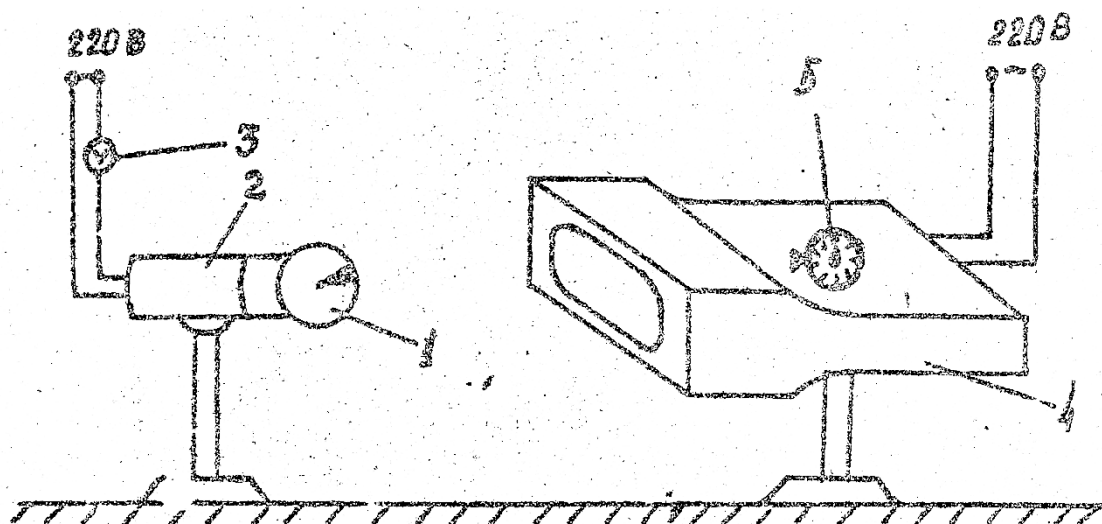


Рис.7. Пристрій для дослідження стробоскопічного ефекту (1 - диск з чорною міткою, 2- електродвигун, 3 – вольтметр, 4- стробоскоп, 5-ЛАТР)

У даному випадку (покази вольтметра не змінюються), щоб досягти "стояння" мітки потрібно регулювати частоту стробоскопа. Значень стробоскопа може бути деяка кількість. Ця кількість буде дорівнювати кількості обертів, які може зробити мітка за час t (t - час між двома послідовними спалахами). Ми вибираємо найбільшу частоту, оскільки за менший час t буде більша ймовірність, що мітка зробить один оберт. Чим більша частота, тим менший час t , $\vartheta \sim t$, t - частота спалахів стробоскопа. Ця частота стробоскопа буде дорівнювати частоті обертів вала двигуна:

$$\vartheta = \vartheta_{\text{дв.}}$$

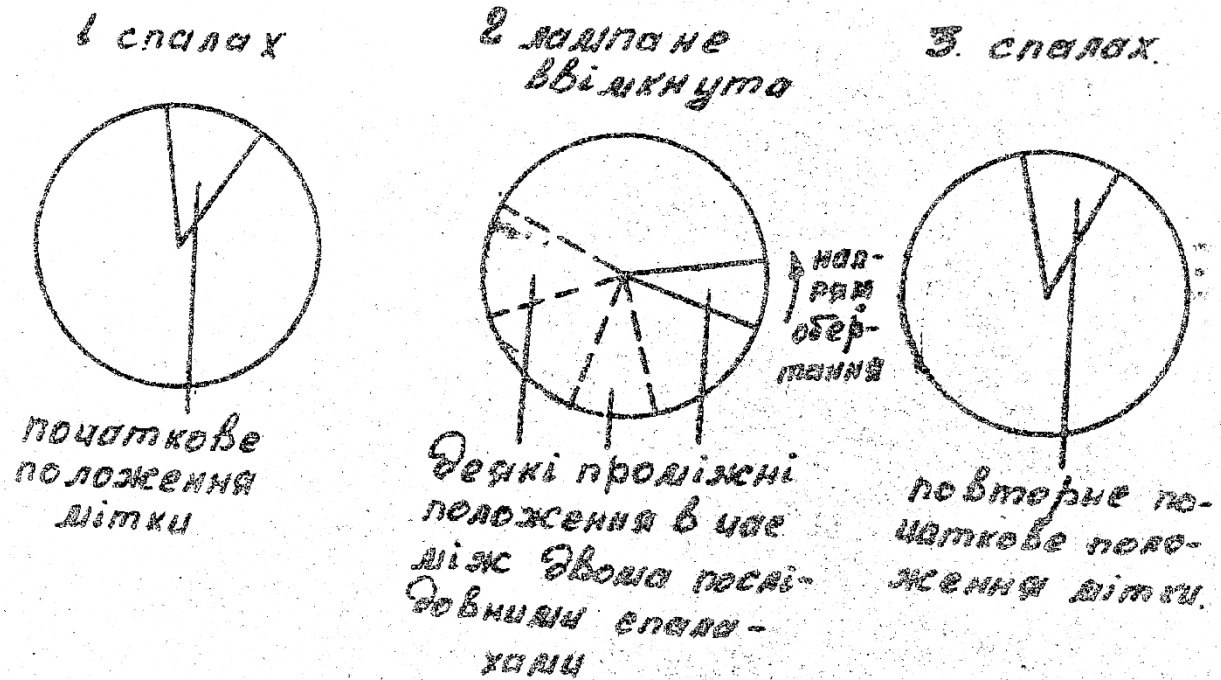


Рис. 8. Схематичне зображення положень мітки диску під час обертання електродвигуна

Якщо на диску виділено N темних секторів, то стробоскопічний ефект матимемо і коли сумістяться два сусідні сектори, тобто диск повернеться на кут $\frac{2\pi}{N}$. Тоді частота обертання валадвигуна буде:

$$\vartheta_{\text{ос}} = \frac{\vartheta}{N}.$$

Хід роботи

1. Увімкнути двигун і записати покази вольтметра.
2. Увімкнути стробоскоп і відрегулювати частоту, яка відповідала б стану, коли мітка стоїть, записати в таблицю (беремо найбільше значення частоти).
3. Визначити оберти двигуна.
4. Побудувати графік залежності напруги від частоти.
5. Результати вимірювань записати в таблицю.

U , В:

ϑ , Гц:

Вимоги з техніки безпеки

1. Під час перерви в роботі вимикати установку з електромережі.

2.Проводити будь-яку заміну деталей під час увімкненого приладу забороняється.

3.Доторкатись до рухомих предметів суворо забороняється.

Увага

Під часпереходу імпульсної стробоскопічної лампи з робочого стану в режим тліючого розряду необхідно її вимикати з електромережі на 5 хв.

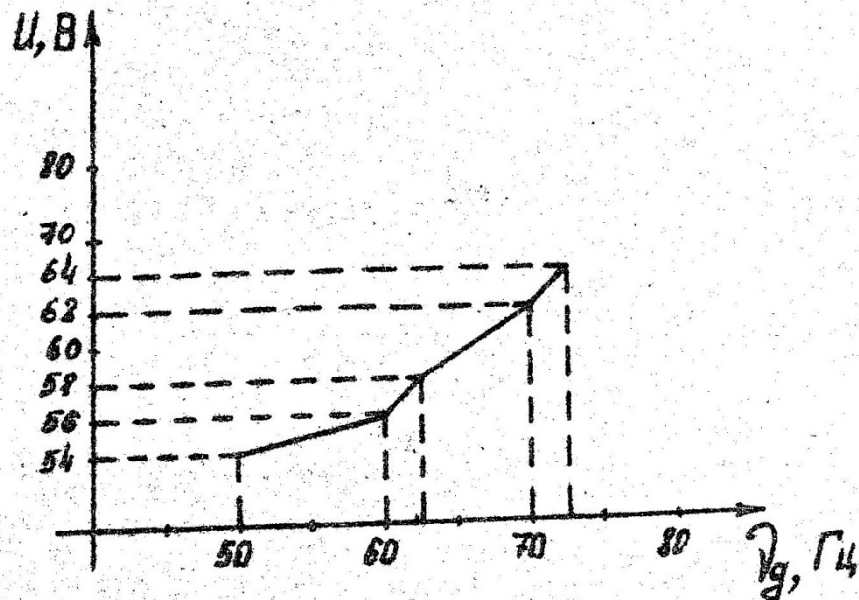


Рис. 9. Залежність частоти обертання двигуна від напруги його живлення

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ ГІРОСКОПУ

Мета роботи: Вивчення закономірностей руху гіроскопу.

Прилади і матеріали: Гіроскоп, джерело живлення гіроскопу, мотор - генератор, секундомір, тягарець з ниткою, приставка з блоком для надання прецесійного руху та вимірювання моменту інерції гіроскопу, технічні терези, штангенциркуль, вимірна лінійка.

Опис приладу

Головною частиною установки є гіроскоп, вмикаємо до електромережі випрямляч, подаємо напругу на мотор-генератор. Приводимо гіроскоп в рух. За показами вольтметра слідкуємо, щоб напруга не перевищувала максимальну. За показами амперметра слідкуємо, щоб сила струму не була занадто велика, тому, що при цьому може згоріти обмотка статора (максимальна напруга і величина робочого струму вказані на приладі).

Для приведення гіроскопа в прецесійний рух прикладаємо до нього зовнішній момент за допомогою тягарця з ниткою. Нитку слід перекинути через блок на стійці. Період прецесійного руху вимірюється за допомогою секундоміра.

Для вимірювання моменту інерції гіроскопу служить другий тягарець, до якого також прив'язана нитка. Нитку перекидаємо через блок на стійці і закріплюємо за виступ на екваторіальній лінії гіроскопа. Намотуємо нитку. Лінійкою слід виміряти висоту підняття, а секундоміром - час падіння тягарця.

Гіроскоп - тіло з великим моментом інерції відносно однієї з осей вільності, яка є віссю симетрії.

Вільним називається гіроскоп, точка опори якого знаходиться в центрі ваги. Якщо всі головні моменти інерції гіроскопа рівні, він називається сферичним. Як правило, коли говорять про гіроскоп, мають на увазі випадок, коли рівні лише два головні моменти інерції. Такий гіроскоп називається симетричним. Гіроскоп приводиться в рух навколо осі симетрії, відносно якої момент інерції має найбільшу величину.

Теорія гіроскопа побудована на рівнянні моментів:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (21)$$

Розглядають два випадки: перший - коли момент сил, що діють на гіроскоп, рівний нулю; другий - коли момент цих сил не рівний нулю.

У першому випадку, коли $\vec{M} = 0$, гіроскоп називається вільним. Для вільного гіроскопа розглядаються ще два випадки:

а) напрям осі співпадає з напрямом моменту кінетичного руху $\vec{a}$, який зберігає свій напрям у просторі;

б) напрям осі фігури відрізняється від напрямку $\vec{L}$. Тоді вісь фігури рівномірно обертається навколо напрямку $\vec{L}$, описуючи поверхню конуса. Такий рух називається вільною регулярною прецесією. У другому випадку,

коли $\vec{M} = 0$, під дією зовнішнього моменту осі гіроскопа виконують такий рух, який називається вимушеною прецесією (під дією зовнішнього моменту $\vec{M}$ вісь гіроскопа повертається на деякий кут d_v).

Теоретичні відомості

Формула моменту інерції гіроскопу отримується із міркувань, що під дією сили ваги тягарець опускається, приводячи гіроскоп в обертання. Без врахування сил тертя рівняння руху системи матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} ma &= mg - T, \\ I\varepsilon &= TR, \end{aligned} \quad (22)$$

де m – маса тягарця; g – прискорення вільного падіння; T – сила натягу нитки; R – радіус гіроскопа; I – момент інерції.

Враховуючи, що:

$$a = \varepsilon R, \quad (23)$$

отримуємо

$$I = mk^2 \frac{(gt^2 - 2k)}{2k}. \quad (24)$$

Швидкість обертання гіроскопа визначається за формулою:

$$\omega = \frac{M}{I\omega_{np}}. \quad (25)$$

В цій формулі

$$M = P\gamma, \text{ де } P = m_1 g, \quad (26)$$

P – вага тягарця, m_1 – маса тягарця, який надає гіроскопу прецесійного руху; γ – радіус кільця, до якого прикладається момент;

$$\omega_{np} = \frac{2\pi}{T_{np}}, \quad (27)$$

де T_{np} – період прецесії.

Підставивши значення I , M та ω_{np} у формулу для обчислення отримаємо:

$$\omega = \frac{m_1 g \gamma h T_{np}}{m R^2 (gt^2 - 2h) \pi}; \quad (28)$$

У спрощеному варіанті роботи момент інерції гіроскопа задається викладачем. У цьому випадку підставляємо у формулу швидкості обертання гіроскопа лише значення M і ω_{np} .

Кінцева формула матиме вигляд:

$$\omega = \frac{m_1 g \gamma T_{np}}{2\pi I}. \quad (29)$$

ХІД РОБОТИ

1. Зважити тягарці, які використовуються у роботі, визначити їх масу, m_1 та m_2 .

2. Виміряти штангенциркулем діаметри гіроскопа і кінця, до якого

прикладається зовнішній момент для надання прецесійного руху і визначити відповідно їх радіуси R і γ .

3. Визначити висоту h підняття тягарця.
4. Визначити час t падіння тягарця.
5. Виміряти період прецесії гіроскопа.
6. Виміри записати в таблицю.
7. Підставити значення в робочу формулу і визначити швидкість обертання гіроскопа.
8. Визначити похибки вимірювань.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке гіроскоп?
2. Вивести формулу швидкості обертання гіроскопа.
3. Де і в яких цілях використовується гіроскопи?

Додатки

Додаток А

Грецький алфавіт

Α α	альфа	Η η	ні (ню)
Β β	бета	Ξ ξ	ксі
Γ γ	гамма	Ο ο	омікрон
Δ δ	дельта	Π π	пі
Ε ε	епсилон	Ρ ρ	ро
Ζ ζ	дзета	Σ σ	сигма
Η η	ета	Τ τ	тау
Θ θ	тета	Υ υ	іпсилон
Ι ι	йота	Φ φ	фі
Κ κ	каппа	Χ χ	хі
Λ λ	ламбда	Ψ ψ	псі
Μ μ	мі (мю)	Ω ω	омега

Додаток Б

Латинський алфавіт

A a	а	N n	ен
B b	бе	O o	о
C c	це	P p	пе
D d	де	Q q	ку
E e	е	R r	ер
F f	еф	S s	ес
G g	же (ге)	T t	те
H h	аш	U u	у
I i	і	V v	ве
J j	йот	W w	дубль-ве
K k	ка	X x	ікс
L l	ель	Y y	ігрек
M m	ем	Z z	зет

Таблиця кратних і часткових одиниць

Множник	Префікс	Позначення	Множник	Префікс	Позначення
10^{18}	екта	Е	10^{-18}	атто	а
10^{15}	пека	П	10^{-15}	фемто	ф
10^{12}	тера	Т	10^{-12}	піко	п
10^9	гіга	Г	10^{-9}	нано	н
10^6	мега	М	10^{-6}	мікро	мк
10^3	кіло	к	10^{-3}	мілі	м
10^2	гекто	г	10^{-2}	санти	с
10^1	дека	да	10^{-1}	деци	д

Основні фізичні константи

Фізична стала	Позначення	Числове значення
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \frac{м}{с^2}$
Число Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Універсальна газова стала	R	$8,31 \frac{Дж}{\text{моль} \cdot K}$
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов	V_0	$22,4 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{\text{моль}}$
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{K}$
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} Кл$
Маса електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} кг$
Стала Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4 \frac{Кл}{\text{моль}}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$
Стала Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} Дж \cdot с$
Стала Рідберга	R	$1,10 \cdot 10^7 м^{-1}$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} кг$
Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{м}$
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$

Коефіцієнт Стьюдента

n	p		
	0,9	0,95	0,99
2	6,31	12,71	63,66
3	2,92	4,30	9,93
4	2,35	3,18	5,84
5	2,13	2,78	4,60
6	2,02	2,57	4,03
7	1,94	2,45	3,71
8	1,90	2,37	3,50
9	1,86	2,31	3,36
10	1,83	2,26	3,25
11	1,81	2,23	3,17
12	1,80	2,20	3,11
13	1,78	2,18	3,06
14	1,77	2,16	3,01
15	1,76	2,15	2,98
16	1,75	2,13	2,95
17	1,75	2,12	2,92
18	1,74	2,11	2,90
19	1,73	2,10	2,88
20	1,73	2,09	2,86
25	1,71	2,06	2,80
30	1,70	2,04	2,76
40	1,68	2,02	2,70
50	1,67	2,00	2,66
$I < 0$	1,66	1,98	2,62
∞	1,65	1,96	2,58

Пружні властивості твердих тіл
 Модуль Юнга (модуль поздовжньої пружності) E , Па; модуль зсуву G , Па;
 коефіцієнт Пуассона μ ; границя міцності σ_m , Па

Матеріал	E	G	μ	σ_m
Алюміній	$(6,1 + 7,4) \cdot 10^{10}$	$(2,2 + 2,6) \cdot 10^{10}$	0,33	$(0,98 + 3,90) \cdot 10^8$
Залізо коване	$(2,0 + 2,2) \cdot 10^{11}$	$(6,9 + 8,3) \cdot 10^{10}$	0,28	$(3,90 + 5,90) \cdot 10^8$
Сталі	$(2,0 + 2,2) \cdot 10^{11}$	$(7,8 + 8,1) \cdot 10^{10}$	0,28	$(0,49 + 1,57) \cdot 10^9$
Чавуни сірі, білі	$(7,4 + 17,6) \cdot 10^{10}$	$4,9 \cdot 10^{10}$	0,23 – 0,27	$(1,17 + 1,27) \cdot 10^8$
Латунь	$(7,8 + 9,8) \cdot 10^{10}$	$(2,6 + 3,6) \cdot 10^{10}$	0,3 – 0,4	$(0,98 + 4,90) \cdot 10^8$
Мідь	$(1,0 + 1,3) \cdot 10^{11}$	$(3,8 + 4,7) \cdot 10^{10}$	0,31 – 0,40	$(1,56 + 4,41) \cdot 10^8$
Свинець	$(1,5 + 1,7) \cdot 10^{10}$	$5,4 \cdot 10^9$	-	$1,66 \cdot 10^6$
Каучук	$7,84 \cdot 10^6$	-	-	-
Гетинакс	$(1,0 + 1,7) \cdot 10^{10}$	-	-	-
Текстоліт	$(1,4 + 2,8) \cdot 10^9$	-	-	-

Бібліографічний список

1. Вакарчук С. О. Фізика: підручник / С. О. Вакарчук, Т. М. Демків, С. В. Мягкота. – Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2010. – 458 с.
2. Вовк О. М. Механіка: навч. посіб. / О. М. Вовк. – Львів: Нац. аграрний університет, 2010. – 88 с.
3. Кучерук І. М., Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – Т. 1 / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцук – К.: Техніка, 2001.
4. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1985.
5. Грабовский Р. И. Курс физики / Р. И. Грабовский. – М.: Высш. Шк., 1980.
6. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 1. / И. В. Савельев – М.: Наука, 1973.